UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE - UNESC
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SANDRA CRESTANI

ANÁLISE CONCEITUAL DAS PROPOSIÇÕES DE DAVYDOV E SEUS COLABORADORES PARA O ENSINO DO CONCEITO DE DIVISÃO

CRICIÚMA, 2013

SANDRA CRESTANI

ANÁLISE CONCEITUAL DAS PROPOSIÇÕES DE DAVYDOV E SEUS COLABORADORES PARA O ENSINO DO CONCEITO DE DIVISÃO

Monografia apresentada ao programa de Pós-graduação em Educação Matemática (*Lato sensu*) da Universidade do Extremo Sul Catarinense como exigência parcial à obtenção do título de especialista, com a orientação da Profª. Drª. Josélia Euzébio Da Rosa e co-orientação do Prof. Dr. Ademir Damazio.

CRICIÚMA, 2013

RESUMO

Na presente monografia, analisamos o teor conceitual adotado por Davydov e seus colaboradores ao proporem a introdução do ensino do conceito de divisão no segundo ano do Ensino Fundamental. Os dados da investigação são constituídos por dezoito tarefas davydovianas selecionadas do livro didático e das respectivas orientações ao professor. Para a realização da análise conceitual das proposições davydovianas, recorremos a alguns livros didáticos brasileiros, e, verificamos que há equívocos conceituais inerentes aos “exercícios” apresentados em tais livros, mais especificamente sobre o movimento inverso entre as operações de multiplicação e divisão. Fundamentamo-nos na Teoria Histórico-Cultural no que tange aos aspectos filosóficos, psicológicos e matemáticos. Estes últimos, referente ao conceito de divisão. Detectamos durante a investigação que a essência do conceito de divisão é revelada, em Davydov, nas tarefas que envolvem agrupamentos, a partir das significações geométricas, algébricas e aritméticas, na conexão entre o conceito de divisão e as relações entre as grandezas e suas respectivas medidas. O esquema abstrato, revelado durante o desenvolvimento das tarefas davydovianas para o ensino de divisão é a objetivação das propriedades teóricas deste conceito.

Palavras-chave: Proposições davydovianas. Divisão. Grandezas. Esquema abstrato.

ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO[1]

No decorrer da formação acadêmica, por muitas vezes, deparamo-nos com discussões entre os colegas de estudo ou de trabalho sobre as dificuldades que os estudantes apresentam no processo de aprendizagem de Matemática. Há muito, questionamos sobre: qual caminho seguir no ensino? Como poderemos contribuir para transformar a realidade tão preocupante na qual se insere a educação escolar? E, por que o atual Ensino de Matemática apresenta resultados tão alarmantes?

Na terça-feira, dia 27/11/2012, os principais meios de comunicação do país estampavam uma manchete em comum, com o seguinte teor: Brasil ocupa o penúltimo lugar em ranking internacional de Educação[2]. E a Educação Matemática Escolar muito contribuiu para atingirmos esse patamar, pois na ocasião, foram considerados somente os testes de Matemática, leitura e Ciências.

Tais resultados geram sentimentos de insatisfação, preocupação e até mesmo de impotência. Isso significa que os professores irão trabalhar para ficar em primeiro lugar no cenário mundial? Será esse o foco principal, enquanto educadores? Devemos adaptar os conteúdos e os métodos de ensino de acordo com as agências avaliadoras? Ou ignorar tais resultados, como modo de não nos submetermos aos mecanismos de submissão, de homogeneização?

Esses mesmos resultados já eram “notícias” no período em que realizamos a graduação. Quando concluímos o curso superior, as preocupações aumentaram e ao adentrarmos as salas de aula nos deparamos com a realidade que sustenta os mencionados resultados. Nosso sentimento de responsabilidade e comprometimento foi aguçado, queríamos outra educação, mas não tínhamos claro qual educação e nem o que fazer para atingirmos o almejado.

Diante da realidade que se apresentava, sentimos a necessidade de aprofundar os conhecimentos Matemáticos e os processos educacionais de modo geral. Iniciamos o curso de especialização em Educação Matemática com o intuito de nos aperfeiçoar, por meio de estudos e pesquisas para melhor compreender a realidade que se apresentava. E, consequentemente, desenvolver metodologias de ensino que assegurassem a apropriação dos conceitos matemáticos.

---

[1] Pesquisa realizada com bolsa do FUMDES (Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior).

[2] Fonte: Economist Intelligence Unit (EIU).

Durante a realização das disciplinas na especialização, tivemos professores que nos instigaram para irmos à busca do que realmente acreditávamos. Na primeira disciplina tivemos como professora, uma pesquisadora e estudiosa da teoria Histórico-Cultural. As reflexões realizadas nos possibilitaram compreender os princípios da referida teoria e sua objetivação nas proposições de Davydov e seus colaboradores para o ensino de Matemática. Este primeiro contato com as referidas proposições foi determinante para que as elegêssemos como objeto de estudo da monografia.

Concomitante a realização da disciplina, iniciávamos como docente em uma turma de sexta série do Ensino fundamental, atual sétimo ano em uma escola da rede estadual de ensino. O conceito que os alunos mais apresentavam dificuldades era a divisão. Para resolver as operações os estudantes precisavam ter em mãos a tabuada. Caso contrário, eles não conseguiam resolvê-las.

O confronto entre a realidade vivenciada e a Teoria estudada nos levou a elaborar os seguintes questionamentos: Existe um modo de ensinar a operação de divisão a partir do qual os estudantes não precisem da tabuada para resolvê-la? Estes estudantes realmente haviam se apropriado do conceito de divisão? Será que se ensinar o conceito de divisão a partir das significações geométricas, algébricas e aritméticas não resolveria o problema de aprendizagem? Mas, como fazer isso? Qual o movimento conceitual adequado? Quais os métodos de ensino seriam necessários? Vislumbrávamos em Davydov a possibilidade de encontrarmos as respostas para as questões que nos surgiam.

Ainda durante a primeira disciplina da especialização fomos convidados a participar do Grupo de pesquisa em Educação Matemática: uma abordagem Histórico-Cultural - GPEMAHC. A participação no referido grupo nos possibilitou a realização de algumas leituras e reflexões sobre o método do materialismo dialético o qual adotamos para a realização da presente investigação.

Segundo Lukács (1974, p.18) “Para o método dialético, a transformação da realidade constitui o problema central. Se se desprezar essa função central da teoria (...) tudo isso se transforma numa questão puramente científica”. A realidade que almejamos contribuir para o processo de transformação, está relacionada ao ensino do conceito de divisão apresentado nas proposições brasileiras. Os fundamentos que nos possibilitam vislumbrar tal possibilidade são oriundos da Teoria Histórico-Cultural, objetivados nas proposições davydovianas de ensino, cujo intuito é a transformação humana no que tange ao tipo de pensamento desenvolvido. Para tanto, faz-se necessário mudar tanto os conteúdos quanto os métodos de ensino, com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico por meio da apropriação dos conceitos científicos durante a realização de ações investigativas (DAVYDOV, 1982).

De acordo com Triviños (1987, p. 51) “Através do enfoque dialético da realidade, o materialismo dialético mostra como se transforma a matéria e como se realiza a passagem das formas inferiores às superiores”. Por isso, durante a análise do objeto de estudo da presente investigação, refletimos sobre as possibilidades de transformação das proposições empíricas em teóricas.

Além das reuniões no grupo de pesquisa, também participamos de reuniões de orientação, tanto coletivas quanto individuais. Nestas, refletimos sobre os princípios da Teoria Histórico-Cultural com ênfase para as proposições davydovianas. E verificamos a partir das leituras complementares de autores brasileiros o quanto a teoria Histórico-Cultural ainda se apresenta equivocada em nosso meio no que tange ao processo de apropriação do conceito de divisão, conforme demonstraremos no decorrer da presente monografia.

Uma ideia davydoviana que nos impactou durante a realização das primeiras leituras e que confirmou a importância da realização da presente investigação, refere-se à necessidade de se antecipar o ensino dos conceitos científicos a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal afirmação levou-nos a questionar sobre os métodos necessários para se ensinar o conteúdo científico dos conceitos aos estudantes em tão tenra idade.

Davydov (1982) defende a formação nas crianças, desde os primeiros anos escolares, do pensamento teórico por meio da apropriação dos conhecimentos científicos. O que contraria as proposições atuais de ensino que mantém o mesmo teor dos conceitos apropriados pela criança no período pré-escolar.

O autor supracitado alerta para o fato de que a educação escolar atual não acompanha o desenvolvimento científico contemporâneo. Nas escolas não se tem dado a devida importância à apropriação, pelos estudantes, do conhecimento científico sistematizado, e, como consequência disso, não há formação humana adequada para suprir as necessidades requeridas pelo atual estágio de desenvolvimento que a humanidade atingiu (DAVYDOV, 1982).

Desse modo, vale retomar alguns questionamentos que apresentamos anteriormente. Nossa preocupação não é preparar os alunos para apresentar bom desempenho em uma prova específica, mas nas diversas situações da vida, cuja realização requer a apropriação dos conceitos científicos contemporâneos, conforme propõe Davydov.

Atualmente um subgrupo do GPEMAHC estuda as proposições davydovianas para o ensino de matemática. Algumas pesquisas já foram concluídas, tais como, Euzébio (2011), Rosa (2012), Madeira (2012), etc. Outras, sobre as proposições davydovianas para o segundo ano Ensino Fundamental, estão em fase de finalização. É nesse segundo grupo que se insere a presente pesquisa. Trata-se da análise das proposições davydovianas, inéditas no Brasil, para o ensino do conceito de divisão.

Vale reafirmar que consideramos o conceito de divisão gerador de grandes dificuldades para os estudantes no processo de aprendizagem e também para os professores durante o ensino. Realizamos uma análise de alguns livros didáticos brasileiros como Dante (2012), Bordeaux, et al (2011), Garcia (2011) assim como leituras sobre relatos de pesquisas acadêmicas LACERDA (2010), NÜRNBERG (2008), etc., que nos permitiram concluir que o conceito de divisão não é apropriado pelos estudantes em sua essência, estes apenas realizam um conjunto de passos, no processo de resolução do algoritmo, de forma mecânica. Ou seja, desenvolvem-no sem compreender o significado do conceito de divisão em sua essência. As atuais proposições brasileiras para o ensino do conceito de divisão contribuem para que este seja apropriado apenas como realização de uma sequência de passos pré-determinados sempre numa mesma ordem.

Consideramos as proposições davydovianas como um elemento mediador para a reflexão sobre as proposições atuais para ensino do conceito de divisão no Brasil. E, além disso, vislumbramos em Davydov a possibilidade de superação das fragilidades inerentes às proposições vigentes em nosso contexto educacional.

Após a delimitação do objeto de estudo, buscamos, na literatura, as principais fontes bibliográficas para fundamentar a pesquisa. Das quais elegemos algumas que consideramos fundamentais: sobre os Fundamentos da Matemática (CARAÇA, 2002, BÉZOUT, 1849); sobre os fundamentos lógicos, psicológicos e didáticos (DAVYDOV, 1982, DAVÍDOV E SLOBÓDCHIKOV, 1991, DAVÍDOV, 1987);

e referente aos fundamentos filosóficos (SAOSEROV, 1960; KOPNIN, 1960; SMIRNOV, 1956; ROSENTAL, 1960).

Os dados da investigação foram extraídos do livro didático de Matemática desenvolvido por Davydov e seus colaboradores para o 2º ano Ensino Fundamental (ДАВЫДОВ, et al. 2012). E o livro de orientação ao professor para utilização do referido livro didático (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009). Essas duas obras constituem a fonte de dados referentes às proposições davydovianas. Ambas escritas originalmente em russo, e uma delas, o livro de orientação ao professor, traduzida para a língua portuguesa pela tradutora, de origem russa, Elvira Kim.

Também constituiu o banco de dados algumas proposições brasileiras para o ensino do conceito de divisão apresentadas em três livros didáticos aprovados pelo MEC (PNLD, 2013). E, suas respectivas orientações ao professor.

Nossa hipótese de pesquisa, com base nas leituras das produções dos integrantes do GPEMAHC, era de que as proposições davydovianas contemplavam o conceito científico de divisão enquanto as proposições brasileiras limitavam-se ao seu teor empírico.

Desse modo, nosso objetivo na presente investigação consistiu em analisar o teor conceitual contemplado por Davydov e seus colaboradores em suas proposições para o ensino de divisão.

Na especificidade das proposições davydovianas, de posse das imagens do livro didático e do livro de orientações ao professor, demos início ao processo de estudo das tarefas que Davydov e seus colaboradores propunham. Selecionamos aquelas relacionadas ao conceito de divisão e as resolvemos, matematicamente. Na sequência, organizamos os dados por meio da reprodução de cada tarefa, suas respectivas imagens e seu processo de resolução nos arquivos em formato Word, para a monografia, e em Power point. Este último fez-se necessário para que pudéssemos refletir nosso objeto de estudo com os pares[3]. Durante o processo de organização e apresentação dos dados, tomamos o cuidado para sermos o mais fidedigno possível às proposições originalmente apresentadas por Davydov e seus colaboradores.

[3] Tivemos a oportunidade de conversar sobre a nossa pesquisa em dois momentos significativos com dois grupos distintos. Primeiro com os professores de Matemática do sexto ao nono ano da rede Municipal de Educação de Criciúma, nessa fase estávamos com os dados organizados e com o processo de análise em seu início. Depois, com os professores da rede que lecionam no letramento e com os estudantes do curso de pedagogia da UNESC.

À medida que avançávamos dúvidas e hesitações surgiam principalmente em relação à natureza do conhecimento (empírico ou teórico) e ao esquema abstrato utilizado nas proposições davydovianas, comum para as operações de multiplicação e divisão, que para nós era um todo dado caoticamente. Tivemos necessidade de buscar fontes que fundamentassem teoricamente, as nossas análises e esclarecessem algumas questões que permaneciam sem respostas. Além disso, pretendíamos desenvolver a investigação com o rigor e com a seriedade que requer toda pesquisa de cunho científico.

O estudo do livro Conceitos Fundamentais da Matemática (CARAÇA, 2002) possibilitou-nos a apreensão do significado do esquema algébrico como representação fiel das propriedades matemáticas inerentes aos conceitos de multiplicação e divisão. Ao propor o esquema em suas proposições de ensino, Davydov e seus colaboradores introduzem, significativamente, as primeiras noções das propriedades teóricas da Matemática. No momento de tal constatação, atingimos o ponto alto da investigação. Havíamos encontrado a resposta da questão que mais nos perturbou durante todo o processo de investigação, da questão que moveu grande parte dos nossos esforços reflexivos. A partir de então, todas as tarefas davydovianas passaram a fazer-nos sentido. Ou seja, a partir da compreensão da abstração representada no esquema ascendemos ao concreto pensado em Davydov.

Segundo Rosa (2012, p.139), “O abstrato (...) é uma parte de um todo, extraída e separada do todo. Porém, não se trata de qualquer parte, mas daquela que constitui o nexo e permite a interação com os demais aspectos e relações do todo”.

A partir do momento que compreendemos que a essência das proposições davydovianas para o ensino dos conceitos de divisão, e consequentemente, a sua inversa, a multiplicação, estavam repletas de conteúdo científico é que confirmamos a máxima de Davydov: este, realmente tinha por princípio o desenvolvimento, nos estudantes, do conhecimento científico. Os resultados da nossa pesquisa autorizam afirmar que as proposições davydovianas são a concretização do referido propósito.

Ao que se refere aos distanciamentos entre conhecimento empírico e conhecimento teórico, importava-nos estabelecer relação entre ambos para que pudéssemos investigar suas particularidades fundamentais. E, suas consequências para a Educação Escolar. Isso foi possível a partir do estudo da principal obra de Davydov, intitulada Tipos de Generalização no Ensino. Nesta, Davydov (1982) esclarece em seus mínimos detalhes, as características e os propósitos essenciais do desenvolvimento do conhecimento empírico e conhecimento teórico.

A análise das proposições davydovianas também foi mediada pelas proposições apresentadas em alguns livros didáticos e orientações metodológicas brasileiras. Conforme apresentaremos na sequência.

2 CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

No presente capítulo, apresentaremos as tarefas elaboradas por Davydov (ДАВЫДОВ) e seus colaboradores Gorbov (ГОРБОВ), Mikulina (МИКУЛИНА) e Savieliev (САВЕЛЬЕВА). Mais especificamente, aquelas relacionadas ao conceito de divisão apresentadas no livro didático (ДАВЫДОВ, et al. 2012) e no livro de orientação ao professor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009). Trata-se de um método de ensino no qual o estudante é instigado, durante a realização de tarefas, a pensar e determinar soluções, não por meio de ideias prontas, mas de ações que desenvolvem o pensamento teórico, a independência e a criatividade. Este trabalho poderá servir como contribuição para todos os professores, mas seu foco principal são os professores pedagogos que desenvolvem suas atividades junto aos estudantes de séries iniciais (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

O método de ensino de Davydov[4] tem como principal objetivo, desenvolver os conceitos científicos em detrimento do predomínio dos conceitos empíricos, ainda presentes na educação atual, que “pouco influencia no entendimento da realidade e no desenvolvimento psíquico dos estudantes” (ROSA, 2006, p. 20).

A seguir, apresentaremos as tarefas propostas por Davydov e seus colaboradores para o ensino do conceito de Divisão. Em cada tarefa faremos uma breve análise e inter-relação com os fundamentos teóricos pesquisados.

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES DAVYDOVIANAS

3.1 TAREFA

O professor apresenta dois recipientes de mesma forma e tamanho, um com líquido (volume K) e outro vazio (Ilustração 1). Ambos estão sobre duas mesas distantes uma da outra. A tarefa consiste em transferir o líquido de um recipiente ao outro (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

[4] No decorrer do texto será utilizada a grafia Davydov. Porém, ao se tratar de referência, será mantida a escrita conforme apresentada na obra, quais sejam: Davídov, Davidov, Davydov e ДАВЫДОВ.

Ilustração 1: Tarefa 1 – Dois recipientes
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Para a realização da tarefa são apresentados outros dois recipientes vazios (Ilustração 2). Estes são de mesma forma que os anteriores, porém menores e com volumes diferentes um do outro. (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

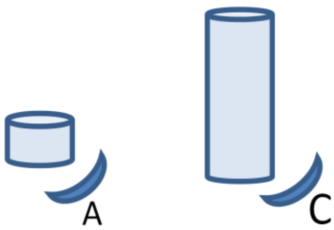

Ilustração 2: Tarefa 1 – Unidades de medida
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O professor relata aos estudantes que uma criança, ao fazer a transferência do líquido, utilizou o recipiente de volume A e precisou repetir o procedimento por 24 vezes. Enquanto expõe, faz o seguinte registro no quadro conforme a ilustração 3 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Ilustração 3: Tarefa 1 – total de unidades básicas no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O esquema (Ilustração 3) representa o movimento da transferência de líquido realizado pela criança e possibilita a conclusão quanto a sua medida, ou seja: o volume A cabe 24 vezes no volume K. Mas é mesmo necessário repetir por 24 vezes o movimento de transferência até atingir todo o líquido? Ou existe outro modo de concluir a mesma tarefa mais rapidamente? Cabe ao professor direcionar as discussões para a conclusão de que a utilização de um recipiente de volume maior agilizaria o processo de transferência (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

O professor também explica que os dois recipientes menores (volumes A e C) serão tomados como unidade de medida para medir o volume K. A unidade de medida de volume A será considerada a unidade de medida básica e a unidade de medida de volume C será a unidade de medida intermediária. A partir disso, surge o seguinte questionamento: quantas unidades de medida intermediária C cabem no volume K? Para responder a essa questão faz-se necessário repetir todo o movimento de transferência novamente com a unidade de medida intermediária (volume C)? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

A tarefa não explicita a quantidade de vezes que será necessário transferirmos o líquido com a unidade de medida intermediária. O professor inicia um diálogo com as crianças por meio de questionamentos e as instiga na busca por soluções. Algumas ideias irão surgir, cabe ao professor ouvir todas. Se nenhuma criança apresentar a solução correta o professor sugere encontrá-la a partir da comparação entre os volumes A e C. A relação quantitativa entre as duas unidades de medida possibilita a resolução da tarefa no plano teórico, ou seja, não será necessário o procedimento de transferência de líquido novamente (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Surge, então, um novo questionamento: quantas vezes o volume da unidade de medida básica (A) cabe na unidade de medida intermediária (C)? O professor pede ajuda a alguém para realizar o procedimento e constatam que no volume C (Ilustração 4), o volume A cabe quatro vezes (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

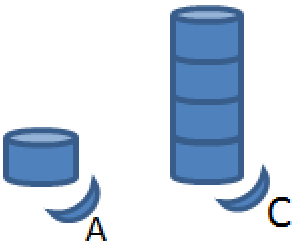

Ilustração 4: Tarefa 1 – relação quantitativa entre as unidades
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A constatação de que volume do recipiente C é igual a quatro vezes o volume A (C = 4A) nos possibilita determinar a relação quantitativa entre os volumes K e C. Quantas vezes o volume C cabe no volume K? Sabe-se o total de medidas básicas (24A) e o valor da medida intermediária (4A). Mas como proceder para determinar a quantidade de medidas intermediárias que compõem o volume K?

A partir do esquema inicial (Ilustração 3) que representava a quantidade de medidas básicas o professor traça uma seta da esquerda para baixo e coloca o número 4 (Ilustração 5). Na sequência, acrescenta uma seta à esquerda do esquema e escreve um ponto de interrogação, que representa o valor desconhecido, referente ao total de medidas intermediárias (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

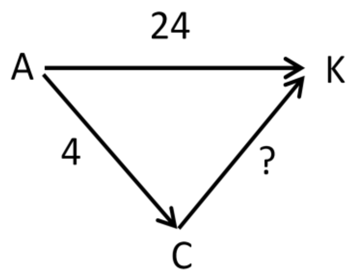

Ilustração 5: Tarefa 1 – Operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Novamente o professor questiona: quantas medidas C serão colocadas no recipiente para obtermos o volume de líquido K? As crianças expressam suas opiniões e o professor sugere representar, na reta numérica (Ilustração 6), o procedimento de resolução da tarefa (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Ao iniciar a construção da reta a questão norteadora das reflexões será em relação à quantidade de medidas intermediárias que terão ao todo. Como a medida intermediária é de *quatro* (4) unidades básicas, na reta, os agrupamentos (delimitados pelos arcos) serão de quatro unidades, até chegar ao total de 24 unidades de medidas básicas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Em seguida, verifica-se a quantidade de arcos que se formaram. A conclusão a ser objetivada nessa etapa é que são 24 unidades básicas ao todo, agrupadas de quatro em quatro cujo resultado foi *seis* (6) grupos compostos por *quatro* (4) unidades cada (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

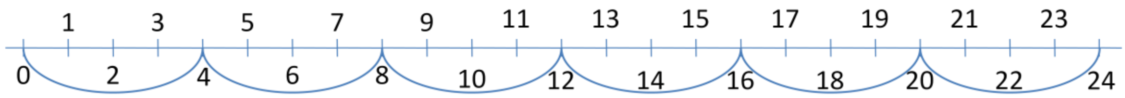

Ilustração 6: Tarefa 1 – Operação de divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A síntese a ser elaborada pelo professor com seus estudantes ao final da tarefa um, é que a quantidade de medidas básicas era conhecida e, a partir dela, foi possível determinar a quantidade de medidas intermediárias. Ou seja, por meio do experimento (Ilustração 4), foi possível verificar que em uma medida intermediária cabiam quatro medidas básicas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Na sequência, a tarefa foi resolvida teoricamente, na reta numérica; contexto geométrico que possibilitou a determinação de quantas medidas intermediárias (6) havia em todas as medidas básicas (24). E para finalizar o professor pronuncia: ao procedimento de determinar a quantidade de unidades de medidas intermediárias chamamos de divisão. Dividiu-se *vinte e quatro* (24) por *quatro* (4), obteve-se *seis* (6), ou seja, $24 \div 4 = 6$ (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Na tarefa em análise, o conceito de divisão emerge, por meio de situações nas quais os estudantes revelam o conceito em questão ao serem colocados em ação investigativa, ou seja, o conhecimento não é apresentado por meio de definições gerais, mas revelado durante ações de estudo.

Nas proposições davydovianas não há definições pré-estabelecidas e nem tampouco um título na introdução do conceito do tipo: “agora vamos estudar divisão”. As significações do conceito já produzidas historicamente pela humanidade são reproduzidas pela criança durante a realização das tarefas, com orientação do professor.

A metodologia citada é assim proposta, porque não é possível efetivar a apropriação dos conceitos com base em algumas poucas definições reducionistas. Faz-se necessário, conforme já mencionamos que os estudantes sejam colocados em ação investigativa, em busca dos elementos e nexos que compõe o conceito por meio dos conteúdos (DAVYDOV, 1982).

Se, ao introduzirmos os conceitos, restringimo-nos apenas a algumas definições, haverá limitações no desenvolvimento e apropriação dos mesmos. Tal atitude é insuficiente e insatisfatória à luz dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, pois atende somente as exigências formais da própria definição e não as exigências do conteúdo teórico. Possibilita apenas uma noção ou vaga ideia sobre o conceito em estudo.

Segundo Kopnin (1960, p. 321), “[...] se a profunda análise da essência dos fenômenos é substituída por magras definições, estas deixam de ser um meio para o conhecimento da realidade”. Os estudantes, ao serem colocados em ação investigativa, têm a possibilidade de buscarem novos conceitos por meio de uma atuação consciente, de revelarem o conceito em cada tarefa desenvolvida.

É comum nos livros didáticos brasileiros a preocupação em apresentar definições básicas dos conceitos e encaminhar os estudantes para a simples memorização. Propicia aos mesmos, apenas uma vaga noção da representação do objeto de estudo.

A abordagem proposta por Davydov e seus colaboradores se diferencia das proposições brasileiras nesse aspecto, pelo fato de que as definições são reproduzidas pelas crianças em seus detalhes essenciais, durante a realização das tarefas. Não são apresentadas em sua forma pronta, consequentemente, possibilitam a compreensão dos aspectos internos do conceito em estudo e sua apropriação.

3.2 TAREFA

O professor relata a seguinte história aos estudantes: uma criança do primeiro ano contornou 20 círculos, para tal, contou-os de *um em um*. Irina, estudante do segundo ano, contornou a mesma quantidade de círculos, porém realizou a contagem de modo diferente, utilizou uma unidade de medida intermediária composta por *quatro* (4) círculos. Quantas medidas intermediárias utilizou Irina? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009)

A partir do esquema (Ilustração 7) e da figura incompleta (Ilustração 7), o professor solicita às crianças que respondam a questão anterior e completem a sequência de círculos até atingir a quantidade total de medidas básicas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

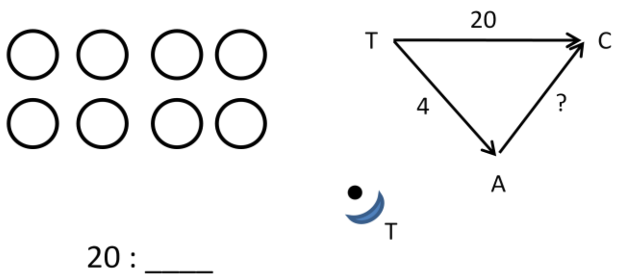

Ilustração 7: Tarefa 2 – série de círculos
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Conforme o relato do professor, a quantidade total de medidas básicas (círculos) é 20. O professor pergunta quantas medidas intermediárias faltam para concluir a sequência de círculos? Como proceder para determinar este valor desconhecido? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009)

A sugestão será que se resolva a tarefa, ou seja, determinar o total de medidas intermediárias, não a partir da complementação empírica da sequência visual dos círculos, mas, com base na reta numérica (Ilustração 8). Na reta, as crianças formam arcos para representar as unidades intermediárias, a partir do valor total de unidades de medidas básicas (20) até chegar ao número zero (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

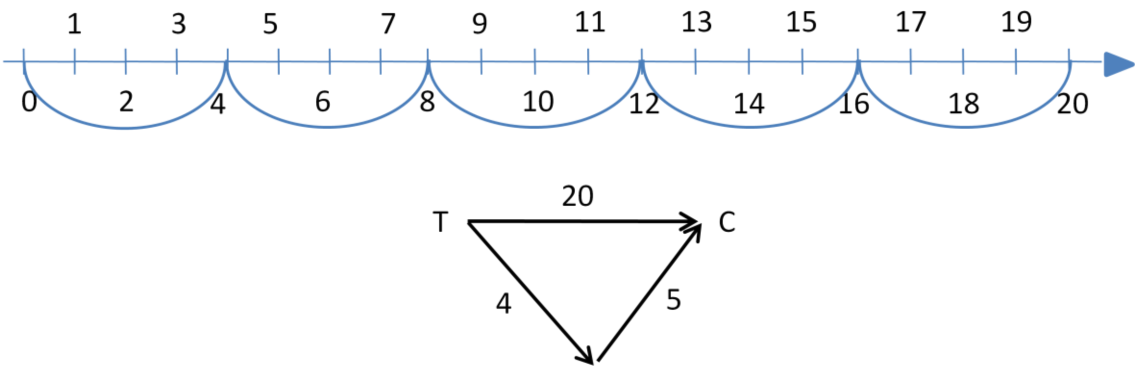

Ilustração 8: Tarefa 2 – operação da divisão na reta numérica e no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Quantas vezes o quatro repete nas 20 unidades básicas? A resposta para essa questão é obtida a partir da análise da quantidade de arcos (5): a unidade de medida intermediária cabe *cinco* (5) vezes no total de 20 unidades básicas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009). .

As tarefas 1 e 2 não apresentam o valor desconhecido representado visualmente. Se assim fosse, a tarefa seria resolvida a partir da análise do valor total de círculos (Ilustração 9).

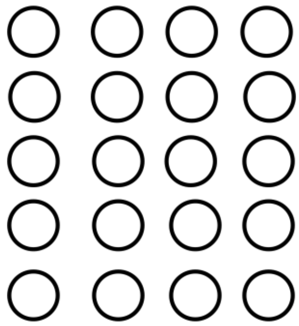

Ilustração 9: Título: Total de círculos
Fonte: elaboração nossa com base nos princípios da escola tradicional

O processo de ensino proposto nos livros didáticos brasileiros está fundamentado em bases empíricas, o que dificulta a formação de um pensamento científico-teórico. Uma mudança significativa somente será possível, de acordo com Davydov (1982), se iniciarmos um processo de formação do próprio pensamento dos estudantes por meio dos conteúdos científicos, com novos métodos de ensino. Conforme já mencionamos, nos livros didáticos brasileiros os conceitos são apresentados aos estudantes apenas em forma de definição pronta, a ser memorizada. A esse tipo de ensino, Davydov (1982) chama de tradicional. Cabe às crianças, apenas observar e memorizar as regularidades com que se realiza a classificação de um objeto, e por meio de abstrações estabelecerem a generalização empírica do conceito (DAVYDOV, 1982).

O conceito de generalização para o ensino tradicional é concebido como mera observação e descrição de propriedades e atributos de um objeto em comparação com outros e que unidos são classificados pelos atributos comuns. Os atributos comuns, ou seja, traços generalizados do objeto que constituem a definição do conceito (DAVYDOV, 1982).

Na proposta tradicional de ensino, como ponto de partida no processo de generalização, "servem os objetos e fenômenos singulares, sensorialmente perceptíveis, do mundo que nos rodeia" (DAVYDOV, 1982, p. 22). O foco do ensino nessa proposta está nas representações visuais dos objetos, ou seja, desenvolve-se apenas um tipo de conhecimento, o empírico, que não condiz mais com a realidade atual a qual se encontra a ciência contemporânea (DAVYDOV, 1982).

A concepção de generalização empírica explicitada anteriormente ocorre na relação direta com objeto dado sensorialmente e não a partir do pensamento humano desencadeado durante a ação investigativa com este objeto. Tal generalização cria, segundo Davydov (1982), obstáculos para a apropriação dos conceitos teóricos. A concepção de ensino tradicional reduz o conhecimento àquilo que apenas se pode ver, manusear, ouvir... Enfim, ao que está diretamente dado aos órgãos dos sentidos. Torna o estudante mero observador da realidade, e não o capacita para o desenvolvimento do pensamento criativo e consciente. Impede a compreensão do homem enquanto ser humano, com toda sua herança cultural, social, e da sociedade em que vive.

Na especificidade do ensino de Matemática, na perspectiva tradicional, os conceitos são vistos separadamente uns dos outros. Ou seja, os conceitos não se relacionam entre si, o que se subentende que cada qual tem sua função específica, única, isoladamente. Consequentemente fica a ideia de que para cada situação particular há apenas um modo singular para se atingir os resultados almejados.

> Dominar um conceito supõe não só conhecer os traços dos objetos e fenômenos [...], mas sim também saber usar o conceito na prática, saber operar com ele. E isso quer dizer que a apropriação do conceito implica não só o caminho de baixo para cima, desde os casos singulares e parciais até sua generalização, sim também o caminho inverso, de cima para baixo, do geral ao particular e singular [...] (SMIRNOV, et al, 1956 apud DAVYDOV, 1982, p. 27)

O trânsito entre as dimensões particular, singular, geral, universal propicia a apropriação teórica dos conceitos. Entre o conceito empírico e teórico há diferenças tanto em relação aos conteúdos de ensino bem como nas formas e métodos de apropriação dos mesmos. Os conceitos empíricos são verbalmente descritos, por meio de observações sensoriais, que destacam apenas manifestações exteriores do objeto. Já os conceitos teóricos não são dados externamente, mas sim revelados a partir de mediatizações teóricas (DAVYDOV, 1982).

Ao se depararem com um conceito pronto, os estudantes terão a noção errônea de que, todo conhecimento historicamente construído, é obra do acaso e não de esforços humanos que ocorreram ao longo da história. Desse modo, não se permite aos estudantes participarem do processo de constituição, manifestação e revelação da essência do conceito.

A proposta de Davydov e seus colaboradores têm como finalidade principal, desenvolver nos estudantes o pensamento teórico por meio da apropriação dos conceitos científicos, para que sejam capazes de acompanhar o desenvolvimento científico e tecnológico atual. Para tanto, a generalização não pode se restringir a mera classificação, “a tarefa de abstrair não consiste somente em destacar o que há de comum, de idêntico entre os objetos, mas também, destacar sua essência” (KOPNIN, 1960, p. 307).

A apropriação do conceito científico capacita o sujeito a utilizá-lo em todas as situações cabíveis e estabelecer relações que permitam revelar, no plano mental, a essência dos mesmos. “Essa operação de construir e transformar o objeto mental equivale ao ato de compreender, explicá-lo e revelar sua essência” (DAVYDOV, 1982, p. 301)

Na concepção davydoviana, as ações desenvolvidas com foco na apreensão do conhecimento científico, possibilitam o desenvolvimento cognoscitivo, o qual permite que a criança realize atividades intelectuais no plano teórico.

3.3.1 TAREFA

O esquema abstrato (Ilustração 10) é exposto no quadro para que as crianças determinem o valor desconhecido (quantidade de medidas intermediárias).

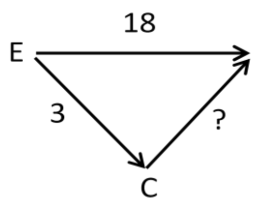

Ilustração 10: Tarefa 3.1 – operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O professor pode sugerir uma história para o esquema, como por exemplo, as maçãs foram contadas *uma a uma*, em seguida, *linha por linha*. E finalizá-la com a seguinte questão: quantas maçãs havia em cada linha? E, quantas linhas havia? Com base na reta numérica (Ilustração 11), as crianças resolvem a tarefa (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

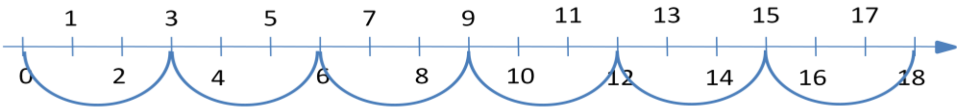

Ilustração 11: Tarefa 3.1 – operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Conforme a ilustração 11, o total de 18 unidades de medidas básicas foi dividido em unidades de medidas intermediárias, compostas por *três* (3) unidades básicas cada, cujo resultado foi *seis* (6) agrupamentos (arcos). A unidade de medida intermediária coube seis vezes no total de medidas básicas (18). Ou seja, são *três* (3) maçãs em cada linha conforme consta no esquema e são 6 linhas ao todo (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Essa mesma tarefa, com base nos princípios da escola tradicional, já apresentados anteriormente, seria assim proposta: Há quantas maçãs na ilustração a seguir (Ilustração 12)?

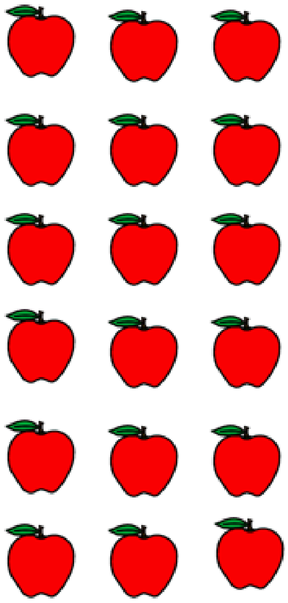

Ilustração 12: Tarefa 3 – quantidade total de maçãs
Fonte: elaboração nossa com base nos princípios da escola tradicional

A ilustração 12 é revelada aos estudantes em sua totalidade. Cabe às crianças contarem maçã por maçã. Ou seja, a referência incide na unidade de medida básica. Porém, supomos que o professor sugira que as crianças adotem uma unidade de medida intermediária. Diferentemente da proposição fundamentada nos princípios davydovianos, a medida intermediária já está dada visualmente, pode ser a quantidade de maçãs que há em cada linha e/ou em cada coluna. O professor pergunta aos estudantes que visualizam a ilustração: quantas maçãs há em cada linha? E novamente as crianças realizam a contagem *um a um* (um, dois, três) e respondem: *três* (3) maçãs. Na sequência o professor apresenta um novo questionamento: Quantas linhas há ao todo? E as crianças, após realizarem a contagem respondem: São *seis* (6) linhas ao todo.

Ou seja, uma mesma situação pode ser desenvolvida pelo professor de diferentes modos e com foco em diferentes significações conceituais. Do modo como apresentamos no parágrafo anterior, com base nos princípios tradicionais, a tarefa reforça nos estudantes apenas os aspectos sensoriais da ilustração (12). Para responder os questionamentos propostos basta que as crianças observem a quantidade de maçãs que já estão espacialmente organizadas para “facilitar” o processo de contagem. Ou seja, trata-se de uma situação que já está pronta, dispensa a necessidade da análise interna da disposição espacial dos objetos. Nem tão pouco, de pensar sobre, porque o problema e sua solução são expostos de forma direta.

De acordo com Davídov (1987) e Davídov e Slobódchikov (1991) relacionar as significações conceituais com as imagens sensoriais, como orienta o ensino tradicional, é um dos mecanismos internos do pensamento empírico que se opõe ao pensamento teórico.

Um dos princípios didáticos que guiam o ensino tradicional, o chamado caráter consciente, reflete a prática da apropriação dos conteúdos, por meio de abstrações verbais realizadas pelo professor, nas quais relaciona uma imagem com uma definição verbal dada (DAVÍDOV, 1987 e DAVÍDOV, 1991). De acordo com a ilustração 12, o professor orientaria o desenvolvimento da situação a partir da exposição do total de maçãs, com questionamentos cujas respostas estão dadas diretamente. Em síntese, o professor pergunta, as crianças visualizam a resposta e externalizam oralmente sem necessidade do procedimento de análise interna do objeto. Ou seja, pouco se exige do pensamento das crianças.

O ensino tradicional preconiza a ideia de que o conhecimento deve partir do concreto. Este é concebido como objetos manuseáveis ou visualizáveis, associados pela criança aos conhecimentos apresentados pelo professor ou livros didáticos. Segundo Davydov (1982, p. 22):

> De modo gradual, as crianças adquirem a capacidade, por uma parte, de efetuar a descrição oral dos objetos sobre a base de impressões anteriores, apoiando-se nas representações visuais, auditivas e tácteis-motoras; e por outra, seguindo a narração verbal e as indicações do professor (...)

Segundo Saoserov (1960), o conhecimento sensível, adquirido mediante os órgãos sensoriais, apresenta limitações próprias da atividade que exerce relativas às sensações, não pode penetrar na essência das coisas. Somente por meio do pensamento teórico e abstrato é possível penetrar na essência dos processos e dos fenômenos. Tal possibilidade só ocorre por meio da ciência que tem por finalidade a apreensão do que há por trás do externo e imediato, ou seja, do que é principal: a essência.

A ênfase apenas na dimensão externa e imediata do objeto impede a formação de sistemas conceituais. Estes sistemas possibilitam aos estudantes desenvolverem a capacidade de relacionar o conhecimento apropriado com as diversas situações que deles se fizerem necessário.

O caráter consciente, de acordo com Davídov (1987), pode ser verdadeiramente realizado somente se os estudantes não receberem os conhecimentos prontos, ou seja, se eles próprios irem à busca dos conceitos, com a devida orientação do professor. Isso só é possível, diz o autor em referência, quando as crianças realizam as transformações dos objetos de estudo, determinam as propriedades internas e as convertem, conscientemente, em conteúdo do conceito (DAVÍDOV, 1987).

3.3.2 TAREFA

A reta numérica é exposta no quadro (Ilustração 13), e por meio dela, o professor propõe aos estudantes que efetuem a divisão, ou seja, que determinem a quantidade de medidas intermediárias necessárias (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

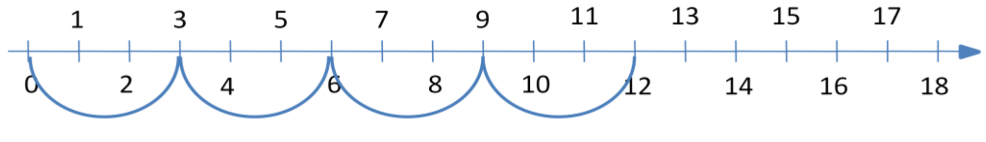

Ilustração 13: Tarefa 3.2 – operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O procedimento na reta foi realizado a partir do produto (12) seguido de arcos compostos por três unidades até atingir o número zero.

Há, além da reta, o esquema com o valor desconhecido. A proposta é completá-lo (Ilustração 14). Ou seja, quantas unidades de medidas intermediárias serão necessárias para completar as doze unidades de medidas básicas? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

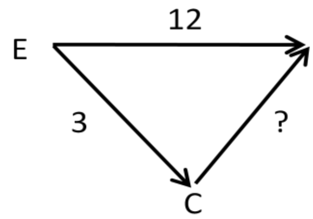

Ilustração 14: Tarefa 3.2 – operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Com base no procedimento realizado na reta numérica já se sabe que são *quatro* (4) medidas intermediárias que compõem o todo (12). Em outras palavras, o número *três* (3) cabe quatros vezes no número *doze* (12).

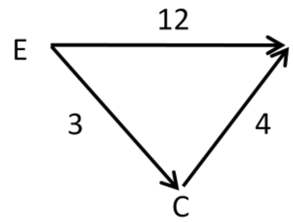

Ilustração 15: Tarefa 3.2 – Resultado da operação de divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A tarefa davydoviana é concluída com o registro no esquema, conforme ilustração 15 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Diferentemente de um dos princípios que movem a escola tradicional: o princípio da sucessão. É de acordo com este princípio que a educação escolar conserva os conhecimentos cotidianos que a criança já recebeu, antes de ingressar na escola. Será que as crianças têm contato em seu dia-a-dia com a reta numérica? Com os esquemas? Não, estes conteúdos são referentes aos conceitos científicos. Diferentemente da contagem de maçãs expostas visualmente para ser contadas a partir, apenas, da relação *um-a-um.* Este fato, segundo Davydov (1982) é fortemente perceptível nas escolas tradicionais, o que acarreta em danos para o desenvolvimento e posterior apropriação dos conceitos científicos. O que prevalece são os conhecimentos empíricos e as distorções entre o que é próprio dos conceitos científicos e o que os distinguem dos conceitos empíricos.

> Sabemos que o conhecimento científico não é a simples continuação, aprofundamento e ampliação da experiência cotidiana dos homens. Requer que se elabore meios especiais de abstração, de singular análise e generalização que permita fixar os nexos internos das coisas, sua essência (DAVYDOV, 1982, p. 105).

A conservação dos conhecimentos já apropriados pela criança e a ausência de aprendizagens de novos conceitos nos anos iniciais criam uma barreira no desenvolvimento do conhecimento científico futuro (DAVYDOV, 1982).

Em Davydov, é indispensável que os fundamentos dos conhecimentos científicos sejam formados nas crianças desde os anos iniciais por meio de tarefas de estudo, que possibilitem o desenvolvimento do pensamento teórico. Cabe ao professor organizar, dirigir e criar condições para o desenvolvimento da capacidade de pensar dos estudantes (DAVÍDOV, 1987).

3.4 TAREFA

Na ilustração 16 é possível visualizar apenas parte da linha quebrada (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

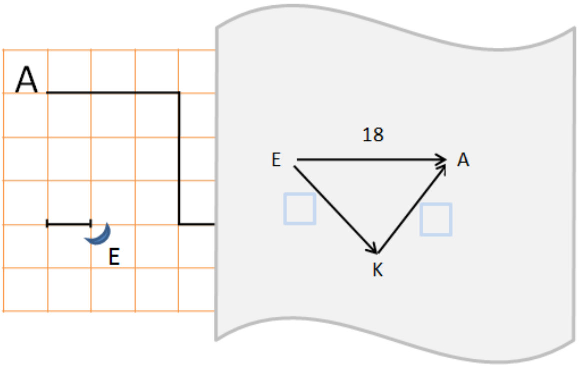

Ilustração 16: Tarefa 4 – linha quebrada oculta
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O professor informa os estudantes que todos os segmentos apresentam o mesmo comprimento, faz-se necessário determinar quantos segmentos existem ao todo. A partir da ilustração 16, o professor propõe a seguinte reflexão: Qual medida está explícita no esquema? (O total de 18 medidas básicas E); Há possibilidade de adoção de uma medida intermediária? (Sim); Qual? (A medida intermediária K, formada por cada segmento que compõe a linha quebrada); Cada unidade intermediária é composta por quantas unidades de medidas básicas? (*três*). O resultado encontrado é registrado no esquema, conforme a ilustração 17 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

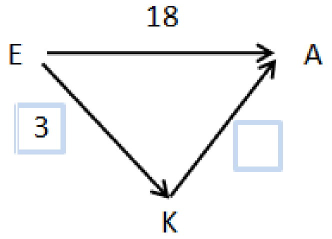

Ilustração 17: Tarefa 4 – registro da unidade de medida intermediária no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A partir das informações apresentadas no esquema (Ilustração 17), sabe-se que o total de unidades de medidas básicas são *dezoito* (18). Estas serão agrupadas na reta (Ilustração 18) em arcos compostos por *três* (3) unidades básicas, a partir do todo (18), até atingir o número zero.

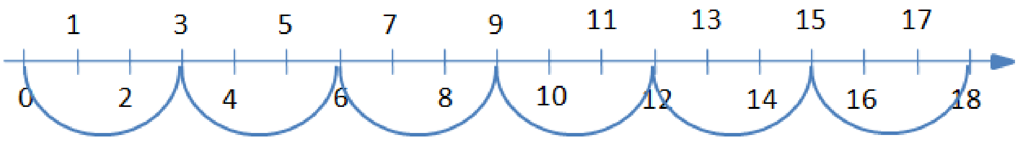

Ilustração 18: Tarefa 4 – operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Quantas unidades de medida intermediárias foram formadas? A conclusão, com base no procedimento realizado na reta numérica (Ilustração 18), é que se formaram *seis* (6) unidades de medidas intermediárias. Ou seja, a medida formada por *três* (3) unidades de medidas básicas cabem *seis* (6) vezes no total de dezoito unidades de medidas básicas. As crianças completam o esquema com o valor do total de medidas intermediárias (seis) conforme a Ilustração 19, e compõem o registro segundo o procedimento realizado: 18 ÷ 3 = 6 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

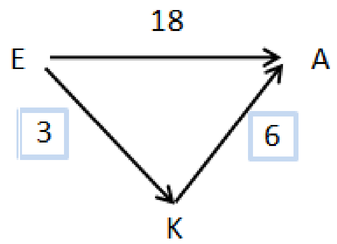

Ilustração 19: Tarefa 4 – Resultado da operação de divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Para finalizar a tarefa, o professor apresenta a linha quebrada completa (Ilustração 20) para confirmar que os procedimentos realizados estavam corretos (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

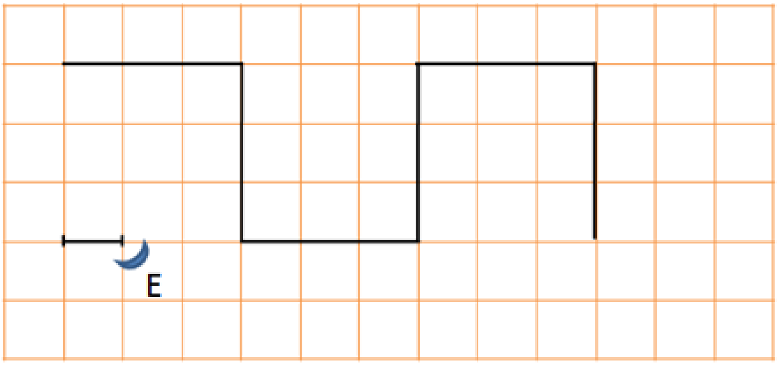

Ilustração 20: Tarefa 4 – linha quebrada completa na malha quadriculada
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Por meio da ilustração 20, é possível conferir que as 18 unidades de medida básicas E, foram divididas em partes compostas por *três* (3) segmentos cada, no total de *seis* (6) segmentos.

O objetivo principal das tarefas davydovianas apresentadas no decorrer desta monografia é fazer com que as crianças desenvolvam meios racionais de análise de figuras e textos. Para tanto, a tarefa anterior, por exemplo, incita os estudantes a pensarem sobre a ilustração, que se apresenta *parcialmente* oculta. A ilustração que constitui objeto de análise na tarefa 4 não é dada aos estudantes em sua completude, mas apenas uma parte desta. Para resolver a tarefa faz-se necessária uma análise do objeto para além da aparência externamente dada, mas também do que está oculto aos órgãos dos sentidos e que só ao final da tarefa é revelado.

Por outro lado, com base nos princípios da escola tradicional, a mesma situação apresentada na tarefa 4, a metodologia adotada seria expor totalmente a figura (ilustração 20) logo de início. Tal conduta deve-se a necessidade preconizada tradicionalmente sobre o caráter visual do ensino.

O princípio do caráter visual, na concepção tradicional, é expresso pela necessidade de confirmar visualmente e comparar as propriedades externas sensorialmente dadas. Tal princípio limita a formação dos conceitos ao seu teor empírico.

Em oposição ao princípio do caráter visual Davídov (1987) propõe um novo princípio o de caráter objetal. Davídov e Slobódchikov (1991) defendem a importância de realizar ações específicas que permitam a revelação do conceito e a formação de modelos. Para tanto, parte-se de conteúdos gerais do conceito como fundamento para a apropriação futura das manifestações particulares dos mesmos.

Em movimento oposto, o ponto de partida na Escola tradicional é o ponto de chegada na concepção davydoviana de ensino, ou seja, se ocupa inicialmente do estudo dos aspectos particulares dos conceitos, para por fim, alcançar seus aspectos gerais.

Em relação à tarefa 4, Davydov e colaboradores propõem a apresentação da ilustração completa somente no final para a verificação dos resultados obtidos durante a realização da mesma. Ou seja, trata-se de uma forma particular dentre muitas outras possíveis. Já no ensino tradicional, a tarefa teria como introdução a ilustração particular para que os estudantes a visualizassem e destacassem os traços característicos dados externamente. Não propicia, assim, a ação investigativa das diversas possibilidades de manifestações particulares de uma linha quebrada composta por um determinado número de partes.

3.5 TAREFA

O professor propõe que os estudantes analisem o esquema abstrato (Ilustração 21) e determinem o valor desconhecido (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

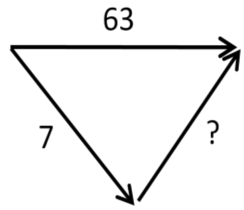

Ilustração 21: Tarefa 5 – operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O esquema já apresenta o total de unidades básicas e o valor da unidade de medida intermediária. Faz-se necessário determinar quantas unidades de medida intermediárias, compostas por *sete* (7) unidades, há em *sessenta e três* (63) unidades de medidas básicas. As crianças constatarão, com o devido direcionamento do professor, que são muitas unidades de medidas (63) e que, portanto, o trabalho na reta numérica será trabalhoso. Para agilizar, o professor sugere o uso da calculadora. Os dados apresentados no esquema são suficientes para desenvolver a tarefa.

As crianças realizam a operação na calculadora (63 ÷ 7) e obtêm o número 9 como resultado. Em seguida, completam o esquema, conforme ilustração 22 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

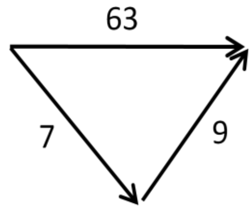

Ilustração 22: Tarefa 5 – Resultado da operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A partir das reflexões sobre o procedimento realizado na calculadora, os estudantes, com orientação do professor, irão concluir que o número *sete* (7) cabe *nove* (9) vezes no total de *sessenta e três* (63) unidades de medidas básicas.

A proposição davydoviana referente ao uso da calculadora vai ao encontro das orientações apresentadas na versão de 2005 da Proposta Curricular de Santa Catarina.

> A calculadora como um instrumento tecnológico utilizado socialmente, deve ser explorada didaticamente em sala de aula com vistas a: a) apropriação dos recursos tecnológicos deste tempo, fundamental para a formação do cidadão desta sociedade; b) compreensão do processo realizado pela

> calculadora e; c) compreensão das várias formas de cálculo (SANTA CATARINA, 2005, p. 110).

Ou seja, cabe à escola suprir as necessidades dos progressos científicos e tecnológicos característicos da sociedade contemporânea. A formação do pensamento científico requer também que os estudantes aprendam operar com as tecnologias desenvolvidas, inclusive a calculadora.

3.6 TAREFA

Nas tarefas anteriores, a orientação era para que as crianças registrassem no esquema as unidades de medidas básicas e intermediária. Nesta, a operação de divisão será realizada na reta numérica. Ou seja, se antes a orientação era para a composição do registro da operação da divisão agora o foco é para a compreensão do registro a partir da execução das respectivas ações na reta numérica (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

O professor disponibiliza algumas retas para que as crianças realizem as seguintes operações: 12 ÷ 3; 18 ÷ 3; 12 ÷ 4; 16 ÷ 4. Para a primeira operação temos a seguinte representação (Ilustração 23):

12 ÷ 3

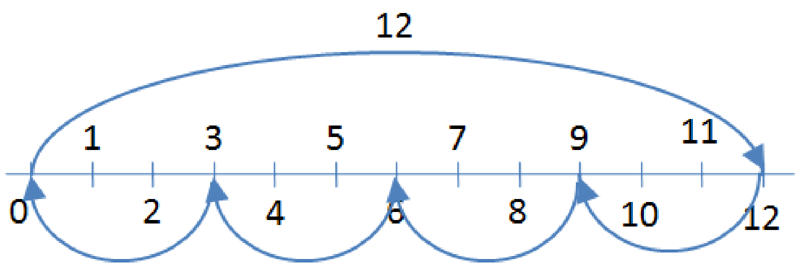

Ilustração 23: Tarefa 6 – operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Como o número *doze* (12) é o total de medidas básicas, foram marcadas 12 unidades de medidas na reta. A partir do ponto da reta representado pelo número doze, formam-se agrupamentos compostos por três (3) unidades básicas cada até atingir o ponto referente ao número zero. Os agrupamentos, unidades de medida intermediária, são representados por meio de arcos. O resultado da divisão, o quociente, será *quatro* (4). Ou seja, das 12 unidades de medidas básicas, foram formadas 4 unidades de medidas intermediárias (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Segundo Bézout (1849, p. 45),

> Repartir ou dividir um número por outro, não é outra coisa mais do que buscar quantas vezes o primeiro deles contém o segundo; e a operação com que se busca chama-se [...] divisão. Assim repartir 12 por 4, é o mesmo que buscar em 12 quantas vezes há 4, que será três vezes.
> O número que se toma para se dividir chama-se dividendo [...]; o número pelo qual se divide, chama-se divisor [...]; e o número que mostra quantas vezes o dividendo contém o divisor, chama-se quociente.

De tal modo se procede com as demais operações apresentadas na tarefa. Ao dividir o dividendo pelo divisor, o objetivo é determinar quantas vezes o divisor cabe no dividendo.

A operação da divisão na tarefa 6 é realizada a partir de uma representação geométrica fundamental em Matemática, a reta numérica. Ou seja, o quociente[5] é determinado a partir da inter-relação entre as significações aritméticas e geométricas.

3.7.1 TAREFA

O professor disponibiliza a ilustração de alguns recipientes com líquido e um esquema abstrato (Ilustração 24). Sugere que as crianças estabeleçam relações entre a representação objetal e a abstrata (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

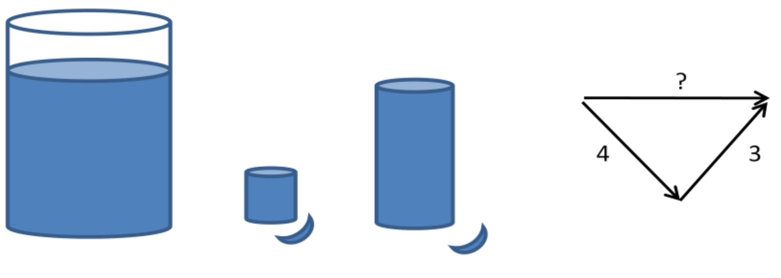

Ilustração 24: Tarefa 7 – representação do volume no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Há *três* (3) recipientes diferentes pelos volumes e pelas formas. A partir da análise os estudantes deverão concluir, com a orientação do professor, que há

---

[5] A palavra quociente tem sua origem na palavra em latim quotiente, que significa quantas vezes. Fonte: **http://duvidas.dicio.com.br/cociente-ou-quociente/**

quatro (4) medidas básicas em uma unidade de medida intermediária e que a medida intermediária cabe *três* (3) vezes no total de medidas básicas. A questão norteadora para continuidade do desenvolvimento da tarefa é: qual o total de unidades de medida básicas de volume do recipiente maior? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Para determinar o total de unidades de medidas básicas, o professor sugere a utilização da reta numérica (Ilustração 25). Mas antes que os agrupamentos de medidas intermediárias sejam representados na reta, os estudantes são questionados por onde devem iniciar a disposição dos arcos na reta. Essa pergunta é relevante para que os estudantes se apropriem do significado do conceito e da relação inversa que há entre a multiplicação e a divisão. Ou seja, por se tratar de operações inversas, ao representá-las na reta numérica, irão se orientar por movimentos inversos.

Desse modo, são formados na reta numérica, agrupamentos compostos por *quatro* (4) unidades básicas, representados pelos arcos, que se repetem por *três* (3) vezes. É possível iniciar por outro ponto que não seja o zero? Não é possível. Vale ressaltar que o ponto de partida, na representação geométrica da operação de multiplicação é o ponto *zero* (0), uma vez que o valor do todo é desconhecido.

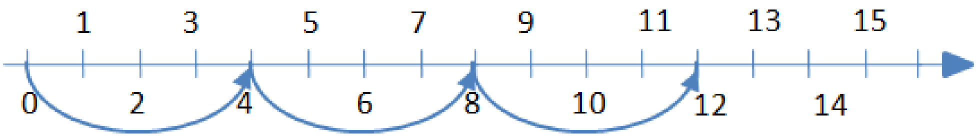

Ilustração 25: Tarefa 7 – operação da multiplicação na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Após a realização do procedimento na reta numérica, as crianças completam o esquema (Ilustração 26) e definem o número *doze* (12) como o total de unidades de medidas básicas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

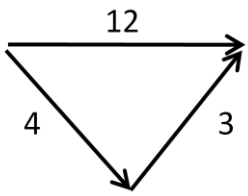

Ilustração 26: Tarefa 7 – Resultado da operação da multiplicação no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Acentua-se que na tarefa em análise, o valor desconhecido refere-se a quantidade de medidas básicas, ou seja, o *produto*. E a operação pela qual se determina o produto é a *multiplicação* (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

As tarefas realizadas a partir dos princípios Davydovianos, propõem o desenvolvimento do conceito por meio da relação entre as grandezas (volume, comprimento, área e quantidade). Estas constituem a base para a origem de todos os números reais e as operações fundamentais com os mesmos.

Para Davydov (1982), priorizar as definições matemáticas somente por meio de objetos que exprimem quantidades significa reduzir o conceito a suas significações relacionadas às grandezas discretas. Desse modo, omite-se a ideia de que, entre os números *dois* (2) e *três* (3), por exemplo, existem infinitos números. Tal existência só é possível a partir das relações entre grandezas não só discretas, mas também contínuas. Conforme o movimento proposto por Davydov e seus colaboradores em suas tarefas de ensino. Nestas, as grandezas são inter-relacionadas a partir de suas significações aritméticas, geométricas e algébricas.

Uma das fortes características do ensino tradicional, objetivado nos livros didáticos brasileiros, refere-se à ênfase nas significações aritméticas dos conceitos. Tal conduta obstaculiza a formação teórica dos conceitos matemáticos, pois se faz necessário, também a inclusão das significações geométricas e algébricas.

De acordo com Davydov, o programa de ensino da escola tradicional segue a seguinte sequência: "Nos cursos primários se estuda aritmética; nos médios, álgebra; e nos superiores, elementos de análise" (DAVYDOV, 1982, p. 110). Vale ressaltar que semelhante sequência também é adotada no sistema educacional brasileiro.

No decorrer da análise das tarefas, mencionamos alguns princípios didáticos que norteiam o ensino tradicional, tais como, princípio da sucessão, caráter consciente e visual. Na presente tarefa, discorreremos sobre o princípio da acessibilidade adotada na concepção tradicional de ensino. Tal princípio fundamenta a ideia de que deve ser apresentado à criança apenas aquilo que esta é capaz de assimilar. Ou seja, limita-se o ensino aos conteúdos que a criança já apresenta maturidade para se apropriar de acordo com sua idade.

Tal princípio isenta a escola da responsabilidade de promover o desenvolvimento cognitivo das crianças para além do seu estágio atual. Em virtude desse princípio, adotado na escola tradicional de ensino, prioriza-se a aritmética em detrimento da álgebra e geometria. Uma vez que a aritmética está mais próxima do desenvolvimento espontâneo da criança.

Esse princípio do ensino tradicional pode ser gerador do equívoco de que algumas significações conceituais não podem ser apropriadas pelos estudantes nos anos iniciais do ensino fundamental. Como por exemplo, as geométricas e as algébricas. Estas, com frequência, são adiadas, em função da crença de que são muito abstratas e inacessíveis às crianças menores.

Diferentemente do que propõe Davydov e colaboradores. Para estes, faz-se necessário a interconexão entre a aritmética, álgebra e geometria no ensino de matemática, desde o primeiro ano escolar, para uma plena apropriação das significações dos conceitos científicos e o consequente desenvolvimento do pensamento teórico nas crianças.

Tal conduta nos faz acreditar na hipótese davydoviana, de que na segunda fase do Ensino Fundamental, os estudantes não teriam as dificuldades que apresentam atualmente ao estudarem os conceitos relacionados à álgebra e geometria. Ou seja, teriam condições cognitivas para se apropriarem de tais significações matemáticas.

3.7.2 TAREFA

Na tarefa subsequente, por meio do esquema (ilustração 27), as crianças deverão determinar o valor desconhecido relativo ao total de medidas intermediárias. Sabe-se, a partir do esquema que são *dezoito* (18) unidades de medidas básicas e o *seis* (6) representa o valor da unidade de medida intermediária (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Ilustração 27: Tarefa 7 – representação do volume no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Na tarefa anterior, tínhamos a unidade de medida intermediária e a quantidade de vezes que esta se repetia. Os estudantes deveriam determinar o total de unidades de medidas básicas, ou seja, produto (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Na presente tarefa, o movimento é inverso. Tanto no esquema, quanto na representação objetal (Ilustração 27), são apresentados o total de medidas básicas e a medida intermediária. A questão norteadora para o desenvolvimento da tarefa é: quantas vezes a medida intermediária cabe no total de medidas básicas (volume maior de líquido)? Ou seja, qual é o valor do quociente? Por meio da reta numérica (Ilustração 28), é possível determinar o valor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

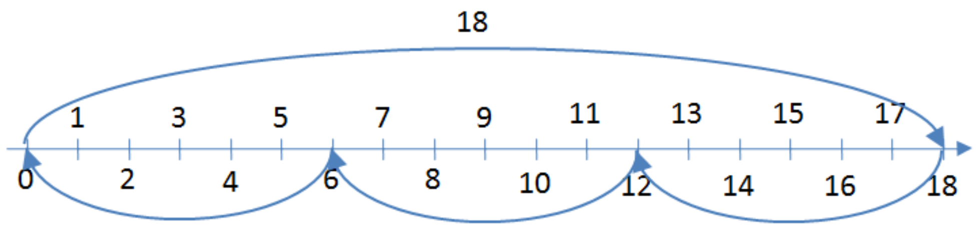

Ilustração 28: Tarefa 7 – operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Na reta, serão formados grupos compostos por *seis* (6) unidades. Como o valor do todo é conhecido, este, na representação geométrica da operação, constitui o ponto de partida. Ou seja, iniciamos o processo na reta numérica a partir do número *dezoito* (18) em direção ao *zero*. E, constatamos que havia *três* (3) unidades de medidas intermediárias em *dezoito* (18) unidades de medida básica (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

A tarefa é finalizada com o registro do resultado obtido no esquema (Ilustração 29). Ou seja, do valor *três* (3) que representa o total de unidades de medidas intermediárias ou quociente (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

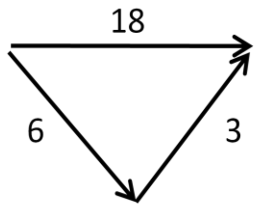

Ilustração 29: Tarefa 7 – Resultado da operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Nas tarefas apresentadas até o presente momento, o professor orienta cada ação dos estudantes, para que estes desenvolvam as tarefas de estudo. Ou seja, o professor “é o agente de integração social, é responsável pela aprendizagem dos conceitos científicos” dos seus estudantes (ROSA, 2006, p. 27). O professor é o organizador e o orientador durante a execução das tarefas.

De modo antagônico, no ensino tradicional, a função do professor passa a ser a de expositor de exercícios[6] já prontos, onde deverá apresentá-las aos estudantes para posterior desenvolvimento de outros exercícios semelhantes que seguem a mesma lógica das anteriores. Tal mecanismo é insuficiente para a apropriação das diversas significações do conceito, pois os limita a uma mesma linha de raciocínio em todos os exercícios.

Além da não apropriação do conceito em sua totalidade, a criança realiza os exercícios propostos pelo professor de forma mecânica, ou seja, apenas segue os passos apresentados previamente pelo professor sem a compreensão dos mesmos. Ou seja, no ensino tradicional, os exercícios posteriores seguem o mesmo procedimento de resolução que os anteriores. Caso contrário, a criança não conseguirá desenvolver a “atividade”, porque não se apropriou da essência do conceito, mas, apenas, de uma sequência de passos para atingir a um determinado resultado. Desse modo, a criança não consegue pensar sobre suas ações e nem encontrar novos meios de resolução dos exercícios. Só consegue ao utilizar cegamente os elementos apresentados previamente no exercício exemplo (DAVYDOV, 1982).

3.8 TAREFA

O professor apresenta às crianças esquemas abstratos com alguns valores conhecidos e outros desconhecidos. A tarefa consiste na identificação dos valores das medidas básicas e das medidas intermediárias. E, se o valor desconhecido refere-se ao produto ou quociente (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Os questionamentos norteadores para o desenvolvimento da tarefa são, por exemplo, com base na análise do esquema (Ilustração 30): qual o valor que

[6] Observação: Quando se tratar das proposições brasileiras utilizaremos o termo exercício, por ser este comumente adotado no sistema educacional brasileiro. Por outro lado, quando fizermos referência as proposições davydovianas o termo utilizado será tarefa, conforme o próprio Davydov denomina.

representa o número *dois* (2)? E o número *cinco* (5)? O valor desconhecido é o produto ou quociente? Qual operação deve ser realizada para se obter o valor desconhecido? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

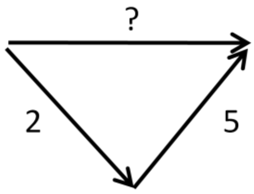

Ilustração 30: Tarefa 8 – Operação da multiplicação no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

No esquema da ilustração 30, o número *dois* (2) representa a unidade de medida intermediária e o número *cinco* (5), a quantidade de vezes que o número 2 se repete. O valor desconhecido é o total de unidades básicas, produto. Portanto, a operação a ser realizada será a de multiplicação, pois é esta que possibilita a determinação do produto (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

No esquema a seguir (Ilustração 31), as crianças deverão identificar o valor que a incógnita representa. Novamente os estudantes precisarão determinar a unidade de medida representada pelo número 18 (Total de unidades de medidas básicas) e àquela representada pelo número 2 (unidade de medida intermediária). O professor questiona sobre qual operação deve ser realizada para determinar o resultado (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

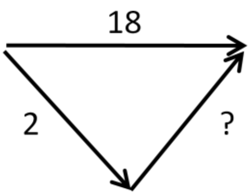

Ilustração 31: Tarefa 8 – Operação da divisão no esquema no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Por meio da análise do esquema é possível constatar que o todo é *dezoito* (18), ou seja, dezoito unidades de medidas básicas. O que se deve determinar é a quantidade de vezes que a medida intermediária (2) se repete. Portanto, a operação a ser realizada é a de divisão para determinar o quociente, ou seja, o total de unidades de medidas intermediárias (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

O ensino tradicional tem por base a abstração realizada sobre percepções e representações diretas de fenômenos e objetos. Porém, à luz dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, no processo de apropriação do conceito, se faz necessário distinguir nos fenômenos e objetos o que é realmente essencial fundamental. O resultado imediato, captado pela percepção direta das representações, não corresponde à essência dos conceitos científicos (SAOSEROV, 1960). Ou seja, para se chegar à essência do conceito faz-se necessário uma postura ativa em detrimento de uma postura passiva de um observador.

O conhecimento, de acordo com Saoserov (1960, p. 70), "é o processo de reflexo da realidade objetiva na consciência humana, por meio do qual o homem vai penetrar nos aspectos internos da realidade, que é inacessível a percepção imediata (...)".

O estudo dos objetos e fenômenos com ênfase apenas na aparência externa não propicia a real apropriação do conhecimento, em sua essência. Somente os aspectos externos não garantem a aquisição da essência dos conceitos, faz-se necessário penetrar nas manifestações internas do objeto de estudo. Os órgãos sensoriais refletem os fenômenos e objetos do mundo exterior. Tal reflexo é insuficiente para a apropriação das significações dos conceitos, pelos estudantes, em nível teórico.

Em outras palavras, no processo de ensino é relevante que não se permaneça nos aspectos externos, superficiais, do objeto. Faz-se necessário aprofundar até atingir o conhecimento em sua essência. Isto permitirá que nos orientemos conscientemente nos processos da natureza e sociedade a qual fazemos parte (SAOSEROV, 1960).

A apropriação do conhecimento não serve apenas para que os estudantes apresentem melhores índices nas avaliações oficiais. Tal resultado seria apenas uma consequência. Mas o objetivo fundamental é que a apropriação dos conceitos cientificamente capacite o sujeito e eleve seu pensamento ao nível teórico. Que possibilite a compreensão dos processos históricos e sociais dos quais os sujeitos fazem parte. E, consequentemente, adotem uma atitude participativa e interessada, enfim, que sejam capazes de modificar o meio em que vivem.

Vale lembrar que nosso objeto de estudo, na presente investigação, é referente ao conceito de divisão em suas primeiras manifestações conceituais, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nos livros didáticos brasileiros verificamos que há uma precipitação no desenvolvimento da operação da divisão, no que se refere ao procedimento algorítmico. Tal procedimento precoce obstaculiza o desenvolvimento do conceito em sua essência, nas proposições analisadas. Apresenta-se uma breve definição do conceito e, em seguida, inicia-se a abordagem do algoritmo da divisão, por meio de exercícios repetitivos, do tipo siga o exemplo.

Assim, a operação de divisão é apresentada como um conjunto de passos mecânicos com foco apenas na sequência procedimental e não conceitual. Não há conexão entre o conceito de divisão e as relações entre grandezas e suas respectivas medidas. Ou seja, sobre divisão o que se propõe são os aspectos externos do procedimento de resolução do algoritmo.

A essência do conceito de divisão é revelada, nas proposições davydovianas, nas tarefas que envolvem agrupamentos. E o aspecto externo do referido conceito é apresentado nos livros didáticos brasileiros, cujo foco é a resolução prática do algoritmo. Sem estabelecer as inter-relações subjacentes ao conceito.

Vale destacar que a aparência externa dos objetos e fenômenos tem sua importância, mas quando analisado juntamente com sua essência e não apenas isoladamente. Pois, de acordo com Saoserov (1960, p. 55), a essência e o aspecto externo “são dois aspectos indissoluvelmente vinculados da realidade objetiva”, o aspecto interno “(a essência) não pode manifestar-se senão” por meio do aspecto externo.

3.9 TAREFA

Na tarefa anterior, os valores conhecidos e desconhecidos eram apresentados nos esquemas. Nessa tarefa, a operação será apresentada em forma de registro (5 x 2 e 8 ÷ 2). As operações serão desenvolvidas por meio da reta numérica. A questão norteadora é: De acordo com os registros, é para determinar o produto ou quociente? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

No registro 5 x 2, o número *cinco* (5) representa a medida intermediária e o número *dois* (2), quantas vezes a medida intermediária se repete. Na reta numérica (Ilustração 32), as crianças irão agrupar de cinco em cinco unidades básicas por meio dos arcos. Serão formados *dois* (2) arcos. O procedimento deve ser iniciado a partir do ponto zero na reta. O ponto de chegada do último arco representa o valor total de unidades de medidas básicas, ou seja, o produto.

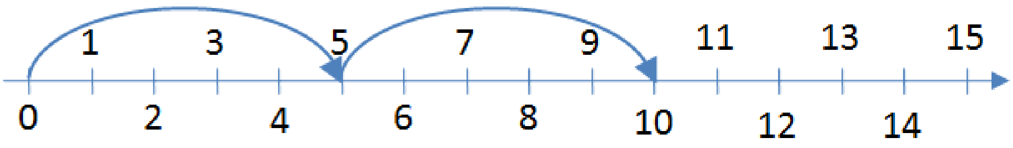

Ilustração 32: Tarefa 9 – Operação da multiplicação na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

E o registro 8 ÷ 2 permite determinar o produto ou quociente? O número *oito* (8) representa o total de unidades de medidas básicas e o número *dois* (2) a medida intermediária. As crianças analisam e concluem, com orientação do professor, que têm o valor do todo e devem encontrar uma das partes, ou seja, o quociente. O professor propõe o desenvolvimento da tarefa na reta numérica (Ilustração 33), a partir da seguinte questão norteadora: quantas vezes o dois (2) cabe no número *oito* (8)?

O valor *oito* (8) representa o total de unidades de medidas básicas (todo), serão formados agrupamentos de *duas* (2) unidades básicas que representam a unidade de medida intermediária. O ponto de partida, na reta numérica, para a formação dos arcos, será do número *oito* (8) em direção ao zero (Ilustração 33).

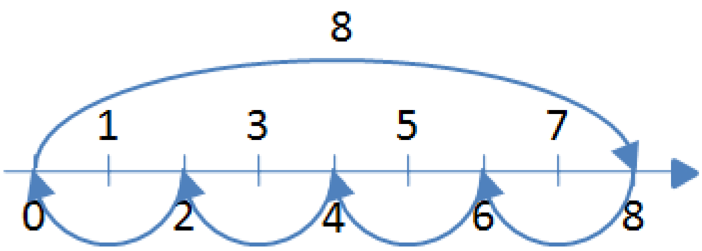

Ilustração 33: Tarefa 9 – Operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Os estudantes constatam, a partir do procedimento desenvolvido na reta numérica, que a unidade intermediária *dois* (2) cabe *quatro* (4) vezes nas *oito* (8) unidades de medidas básicas. A operação a ser realizada para determinar o valor desconhecido é a divisão, cujo resultado é o quociente (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

A tarefa tem como finalidade a sistematização do conceito de divisão e multiplicação e a inter-relação entre ambos. A evidência é para o significado do conceito de divisão como operação inversa da multiplicação e suas representações geométricas. As tarefas propostas por Davydov e seus colaboradores, permitem a constatação, a partir das significações geométricas, que os conceitos das operações de multiplicação e divisão apresentam um movimento inverso entre si. Por exemplo, no primeiro registro da tarefa (5 x 2) é a unidade de medida intermediária, *cinco* (5), que repete duas vezes, no movimento orientado da esquerda para a direita até atingir o número 10 (5 x 2 = 10), conforme Ilustração 34.

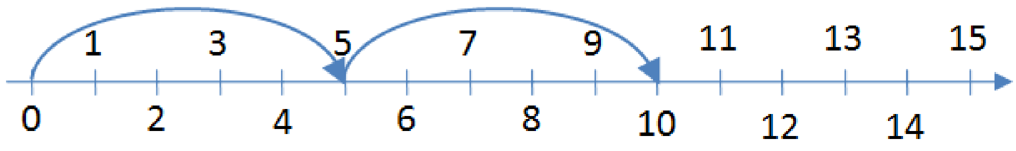

Ilustração 34: Tarefa 9 – Operação da multiplicação na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O inverso ocorre na operação de divisão de *dez* (10) por *cinco* (5). O todo (10) é conhecido e, a partir deste, são formados agrupamentos compostos por *cinco* (5) unidades básicas, até atingir o número zero. O que resultará em dois agrupamentos, ou seja: 10 ÷ 5 = 2 (Ilustração 35).

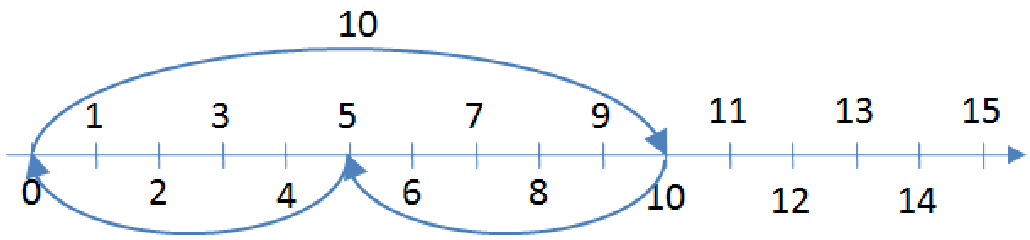

Ilustração 35: Tarefa 9 – Operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Em síntese, na operação de multiplicação os agrupamentos são formados a partir do ponto *zero* (0), em direção ao total, ou seja, produto. Na divisão, ocorre o inverso, os agrupamentos iniciam do total de unidades de medidas básicas (produto) em direção ao ponto *zero* (0). Esta possibilita a determinação do total de unidades de medidas intermediárias (quociente).

3.10 TAREFA

O professor expõe uma reta numérica (Ilustração 36) e questiona às crianças sobre qual operação foi realizada.

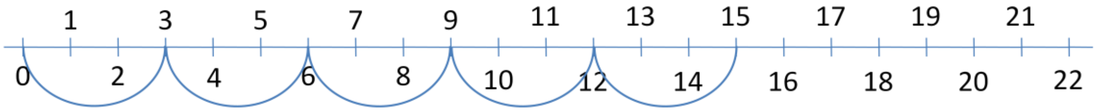

Ilustração 36: Tarefa 10 – Operação da multiplicação e divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Constata-se que poderia ser tanto a operação de multiplicação quanto de divisão. E por que isso ocorre? A conclusão, após as reflexões com base na reta numérica é de que em ambos os casos trata-se do mesmo total de medidas intermediárias, da mesma quantidade de unidades de medidas básicas e intermediárias. Para finalização da tarefa o professor faz dois registros no quadro e solicita que as crianças completem, conforme segue.

3 x 5 = ____ 15 ÷ 3 = ____

Na sequência, o professor disponibiliza outra reta numérica no quadro (Ilustração 37) e propõe às crianças que completem com as operações correspondentes (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

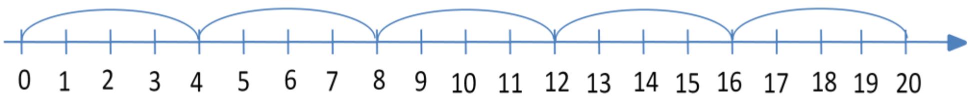

Ilustração 37: Tarefa 10 – Registro da operação da multiplicação e divisão
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

4 ____________ 20 _____________

Nas tarefas anteriores, se apresentava os registros para que os estudantes determinassem o resultado por meio da reta numérica. A presente tarefa consiste no movimento inverso, a reta numérica é exposta e a partir desta, os estudantes, após a análise completarão o registro e definirão a operação a ser realizada. Ou seja, se antes a operação a ser desenvolvida era apresentada aos estudantes, agora eles deverão determiná-la.

Os números apresentados (4 e 20) representam quais unidades de medidas? A partir desse questionamento, o professor propõe que os estudantes determinem a operação adequada. O número *quatro* (4) representa a medida intermediária, o número *vinte* (20) representa o total de unidades de medidas básicas. Na primeira situação, uma das partes é conhecida, faz-se necessário determinar o todo. Isso é possível por meio da operação de multiplicação. O número *vinte* (20), por sua vez, representa o todo. Os estudantes deverão concluir, com orientação do professor, que a tarefa consiste em determinar uma das partes desse todo, mais especificamente, o total de medidas intermediárias. Para tanto, a operação a ser realizada será a divisão.

Os livros didáticos brasileiros não apresentam o movimento interno que inter-relaciona as operações de multiplicação e divisão. A ilustração seguinte (38) foi extraída de um livro didático do 3º ano do Ensino Fundamental aprovado pelo PNLD para o ano letivo de 2013.

Ilustração 38: Tarefa livro didático 3º ano
Fonte: BORDEAUX, ET AL. 2011, p. 230 (3º ano)

A proposição consiste em dividir *dezoito* (18) bolas por *três* (3) caixas. Ou seja, trata-se de repartir o todo em três partes iguais. Desse modo, a representação geométrica da operação seria conforme apresentamos na ilustração 39.

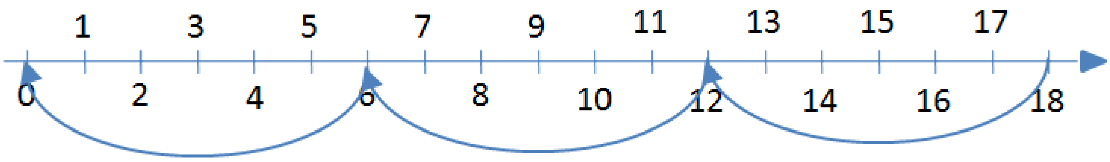

Ilustração 39: Operação da divisão na reta numérica
Fonte: elaboração nossa com base nos princípios da escola tradicional

A operação de multiplicação, por sua vez, é comumente apresentada conforme a ilustração 40.

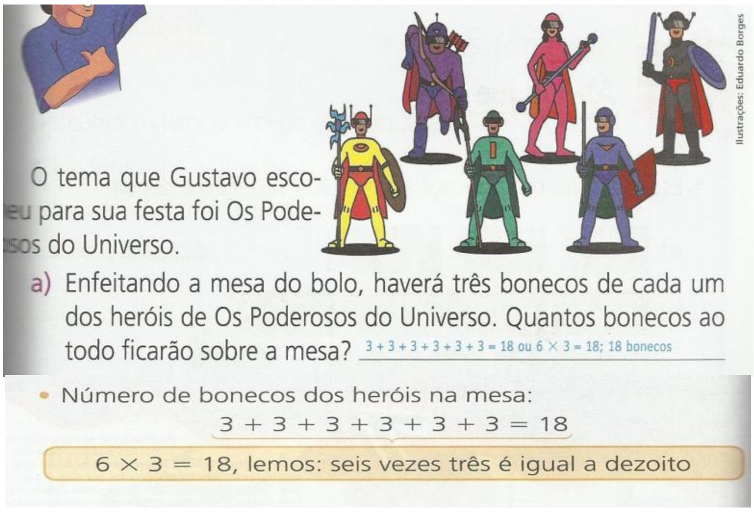

Ilustração 40: Tarefa livro didático 3º ano
Fonte: BORDEAUX, ET AL. 2011, p. 230 (3º ano)

A ilustração anterior (40) foi extraída de um livro didático do 3º ano do Ensino Fundamental. Nesta, os autores apresentam a multiplicação como a soma de parcelas iguais, porém divergente das propriedades apresentadas pelos fundamentos da Matemática, ou seja, trata-se de uma proposição empírica do conceito.

Subjacente a proposição em análise, a ideia sobre o conceito de multiplicação é: *seis* (6) vezes o número *três* (3), é o *três* (3) que repete por *seis* (6) vezes. A representação geométrica seria a seguinte (Ilustração 41):

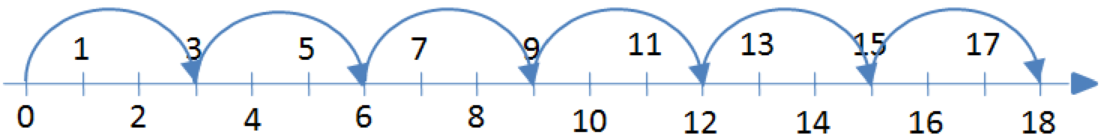

Ilustração 41: Operação da multiplicação na reta numérica
Fonte: elaboração nossa com base nos princípios da escola tradicional

A representação no esquema abstrato das operações de divisão e multiplicação, na concepção do ensino tradicional seria (Ilustração 42):

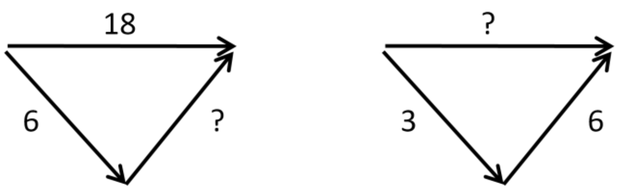

Ilustração 42: Operação da divisão e multiplicação no esquema
Fonte: elaboração nossa com base nos princípios da escola tradicional

Na divisão, a medida intermediária seria *seis* (6), porém, diferentemente das proposições davydovianas, o mesmo não ocorre na multiplicação. Nesta, a medida intermediária a ser considerada seria o número 3. Trata-se de um equívoco conceitual, pois a condição, para que duas operações de multiplicação e divisão sejam inversas entre si, é que a unidade de medida intermediária coincida.

Retomaremos essa questão mais tarde. Por hora, é importante enfatizar que, ao conceber a divisão como inverso da multiplicação, os livros didáticos apresentam exemplos do tipo:

$6 \times 3 = 18$ inverso $18 \div 3 = 6$

Tais operações seriam assim representadas na reta numérica (Ilustração 43):

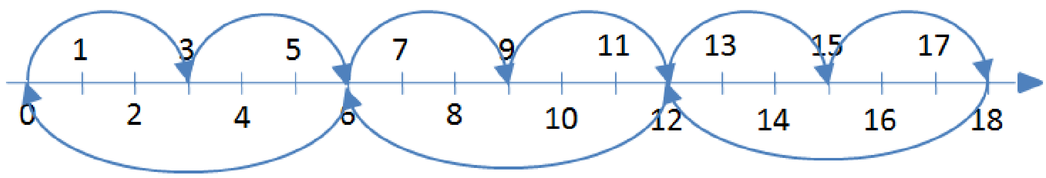

Ilustração 43: Representação da multiplicação e divisão na reta numérica
Fonte: elaboração nossa com base nos princípios da escola tradicional

Os arcos compostos por *três* (3) unidades cada, sobre a reta, representam a operação de multiplicação. E, os arcos com *seis* (6) unidades, localizados abaixo da reta representam a operação da divisão. A análise da ilustração 43 leva-nos a elaborar os seguintes questionamentos: Tal representação geométrica é expressão do movimento entre duas operações inversas entre si? Por que os arcos são compostos por uma quantidade de unidades diferentes, um *três* (3) e outro *seis* (6)?

Para responder essas e outras questões apresentadas no decorrer deste, tivemos a necessidade de aprofundar os conceitos matemáticos referentes às operações de multiplicação e divisão. Na obra Fundamentos da Matemática (CARAÇA, 2002) encontramos respaldo teórico sobre as significações referentes à divisão e multiplicação, que nos permitiram compreender a essência conceitual do objeto de estudo subjacente as tarefas apresentadas por Davydov e seus colaboradores. E, também, os equívocos conceituais apresentados nos livros didáticos brasileiros.

Caraça (2002, p. 22), concebe a divisão como operação inversa da multiplicação. E assim a define:

$$a : b = c \Longleftarrow \qquad b \,.\, c = a$$

> Ao número *a* chama-se *dividendo*; ao número *b*, *divisor*; ao número *c*, *quociente;* a divisão é, portanto, a operação pela qual, dados o dividendo e o divisor, se determina um terceiro número, *quociente,* que multiplicado pelo divisor dá o dividendo (CARAÇA, 2002, p. 22).

Para que possamos explicar a relação entre a definição anterior e as proposições davydovianas, vamos representá-la no esquema abstrato (Ilustração 44) referente à operação da multiplicação e divisão:

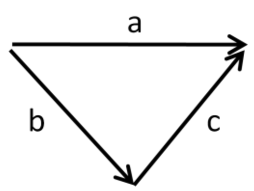

Ilustração 44: Representação abstrata do esquema
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas e Caraça

Vale esclarecer que nosso objeto de estudo, na presente investigação, é o conceito de divisão, todavia, a operação da divisão está internamente relacionada com a operação da multiplicação. Desse modo, em concernência com o método de investigação, que prevê a análise das relações internas do objeto, foi necessário que analisássemos também a operação de multiplicação.

Segundo Caraça (2002, p. 18), “a multiplicação define-se como uma soma de parcelas iguais”. A representação apresentada na Ilustração 45 consiste em: o número (b) que se repete chama-se *multiplicando*; o número (c), que representa a quantidade de vezes que b se repete, chama-se *multiplicador* e o resultado (a) é chamado produto (CARAÇA, 2002).

$$b \,.\, c = \overbrace{b + b + \ldots + b}^{(c)}$$

Ilustração 45: Representação algébrica da multiplicação
Fonte: Elaboração nossa, com base na definição de Caraça

As definições de Caraça (2002) nos permitem afirmar que os livros didáticos brasileiros, analisados na presente investigação, apresentam o conceito de multiplicação e divisão com equívocos matemáticos. Como vimos, de acordo com Caraça, o multiplicando (a) cumpre um papel passivo, é o número que se repete. E, a quantidade de vezes que o multiplicando repete, é determinada pelo multiplicador (b).

Com base na explicação anterior, a operação 6 x 3 seria assim representada na reta numérica (Ilustração 46):

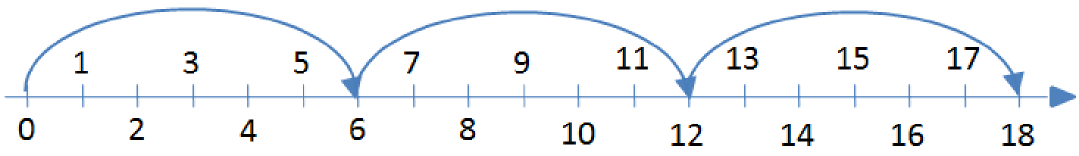

Ilustração 46: Representação da multiplicação na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Ou seja, o número 6, multiplicando, é o número que se repete; o número 3, multiplicador, determina quantas vezes o multiplicando deve se repetir.

$$6 \times 3 = 6 + 6 + 6 = 18$$

A operação inversa da anterior é 18 ÷ 6. Nesta, o todo (18) é agrupado de 6 em 6 unidades. O total de vezes que o *seis* (6) se repete é o quociente da operação, ou seja, seu resultado. Conforme a representação geométrica a seguir (Ilustração 47):

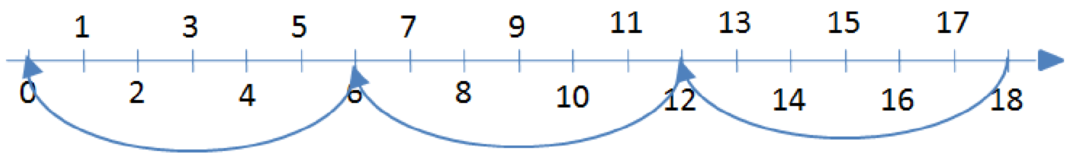

Ilustração 47: Representação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A representação geométrica das duas operações anteriormente apresentadas (6 x 3 e 18 ÷ 6) em uma única reta é a seguinte (Ilustração 48):

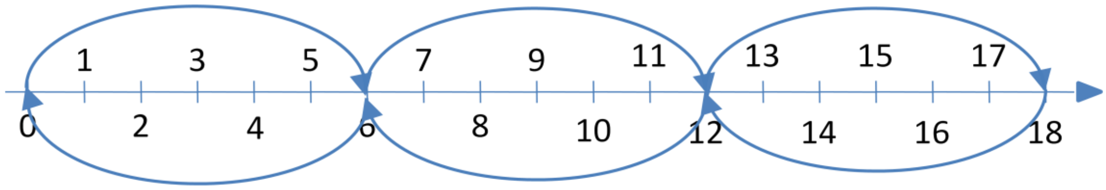

Ilustração 48: Representação da multiplicação e divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A representação geométrica apresentada na ilustração 48 é expressão do movimento entre duas operações inversas entre si? Por que os arcos são compostos pela mesma quantidade de unidades? Qual a diferença entre a representação apresentada na ilustração 43 e na ilustração 48?

A ilustração 48 consiste na representação geométrica da divisão como operação inversa da multiplicação (Ilustração 48). O inverso aqui consiste em dois movimentos orientados em sentidos opostos, porém com o mesmo intervalo entre eles.

É possível explicar a origem dos equívocos apresentados nos livros didáticos brasileiros, analisados na presente pesquisa, a partir da propriedade comutativa da multiplicação, conforme apresentamos a seguir:

A comutativa de a x b = c é b x a = c

A operação inversa de a x b = c é c ÷ a = b

A operação inversa de b x a = c é c ÷ b = a

Ou seja, os autores dos livros didáticos em análise não consideram a inversa da operação, mas a inversa de sua comutativa. Por exemplo, a comutativa da operação a x b = c é b x a = c. As operações inversas são respectivamente: c ÷ a = b e c ÷ b = a

A primeira vista, pode parecer irrelevante a crítica que aqui apresentamos às proposições brasileiras. Porém, esta adquire sua relevância em função do que nos alerta Caraça (2002, p. 25) quando este diz que no “cálculo aritmético e algébrico elas [as propriedades Matemáticas] são duma aplicação constante e quem as conhecer bem, principalmente as da soma e produto, tem a chave do cálculo algébrico”.

3.11 TAREFA

O professor expõe a figura composta por uma sequência incompleta de cruzes e a representação de seus valores numéricos, no esquema (Ilustração 49). Em seguida como uma criança do primeiro ano realizaria a contagem das cruzes. Mediante a orientação do professor, as crianças discutem as hipóteses e concluem que uma criança do primeiro ano, faria a contagem de *um em um* até chegar ao total de 21 unidades de medidas básicas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

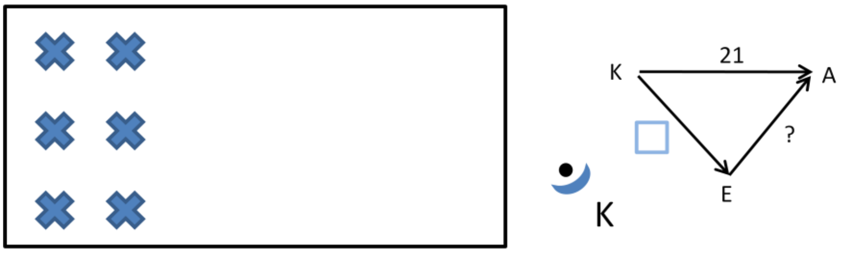

Ilustração 49: Tarefa 11 - Figura composta por cruzes e esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

No entanto, alerta o professor, os estudantes do segundo ano são capazes de realizar a contagem por meio de uma unidade de medida intermediária. Por meio da análise da ilustração 49, as crianças constatam que o valor da unidade de medida intermediária é *três* (3) e completam a esquerda do esquema conforme Ilustração 50 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

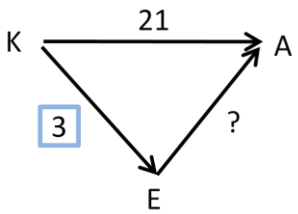

Ilustração 50: Tarefa 11 – Operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

De posse do esquema, com os valores referentes ao total de unidades de medidas básicas e a unidade de medida intermediária, o professor questiona: quantas unidades de medidas intermediárias são necessárias para completar o total de 21 unidades de medidas básicas? Será necessário determinar o total de medidas intermediárias, ou seja, o total de colunas de cruzes. Posteriormente, os estudantes analisarão quantas colunas faltam para completar a figura.

O professor sugere a realização da tarefa sem a utilização da reta numérica, porque parte do pressuposto de que as crianças já sabem realizar a multiplicação pelo número *três* (3), ou seja, são capazes de realizar a operação mentalmente (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

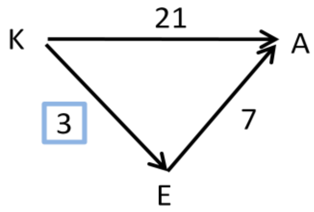

Ilustração 51: Tarefa 11 – Resultado da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

As crianças farão a análise e completarão no esquema (Ilustração 51). A síntese da tarefa consiste em que a unidade de medida intermediária (3) cabe *sete* (7) *vezes em vinte e uma* (21) unidades de medidas básicas.

Somente na finalização da tarefa é que o professor sugere a realização da operação da divisão na reta numérica a título de confirmação da operação realizada até o momento (Ilustração 52).

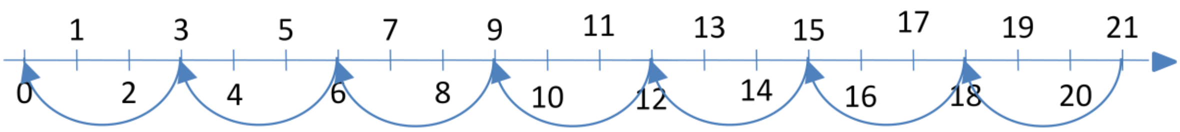

Ilustração 52: Tarefa 11 – Operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A presente tarefa incita os estudantes a realizarem as operações independentemente da reta numérica, ou seja, no plano mental. Para a introdução do conceito de divisão, a reta numérica foi relevante, esta constituiu um elemento mediador entre a ação objetal e a mental. Mas, após atingir a essência do conceito, não há mais a necessidade de se continuar utilizando-a. Faz-se necessário chegar ao nível de concreto pensado. Porém, esse movimento não é linear, é marcado por avanços e retrocessos. Ou seja, em alguns momentos será novamente utilizada a reta numérica.

As proposições davydovianas a seguir têm por finalidade principal a sistematização, em nível de síntese, da divisão por meio da relação com a multiplicação dos números *dois* (2) e *três* (3). Ou seja, inicialmente o foco era para compreensão do conceito e agora as tarefas estão direcionadas para a sistematização e memorização do mesmo.

3.12 TAREFA

Os estudantes determinarão o resultado das várias operações de divisão apresentadas pelo professor por meio da reta numérica, conforme ilustração 53 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

4 ÷ 2	**10 ÷ 2**	**16 ÷ 2**
6 ÷ 2	**12 ÷ 2**	**18 ÷ 2**
8 ÷ 2	**14 ÷ 2**	**20 ÷ 2**

Em todas as operações de divisão apresentadas, a unidade de medida intermediária (divisor) é a mesma, ou seja, o número *dois* (2). Para cada operação, os estudantes irão formar arcos de duas unidades de medidas básicas na reta numérica. Por exemplo, na operação 4 ÷ 2, o todo é representado pelas quatro unidades de medidas básicas das quais serão formados arcos de duas unidades de medidas básicas cada. Resultarão dois arcos (Ilustração 53). Ou seja, 4 ÷ 2 = 2. Assim os estudantes realizam as demais operações na reta numérica. Depois de concluída a tarefa, o professor salienta sobre a necessidade de memorização dos resultados da tarefa.

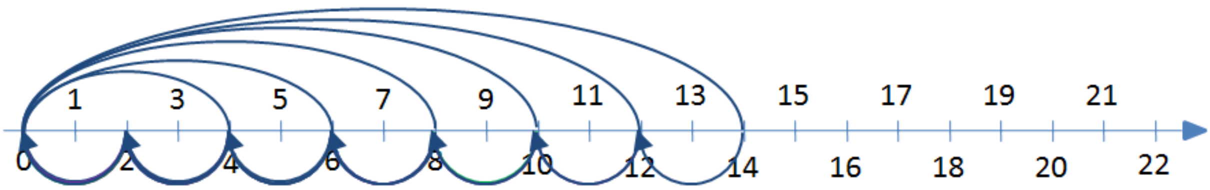

Ilustração 53: Tarefa 12 – Objetivação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Durante o processo de desenvolvimento das tarefas anteriores relacionadas às operações de multiplicação e divisão, Davydov e seus colaboradores não haviam proposto a memorização da tabuada da divisão. O que se propunha até aqui, eram tarefas que incitavam os estudantes a investigarem, a partir das relações entre as grandezas comprimento, volume e quantidades, entre outras, o movimento interno entre as operações e seus respectivos resultados até atingir sua sistematização por meio da tabuada da divisão.

3.13 TAREFA

O professor apresenta algumas operações de multiplicação e divisão (Ilustração 54) organizadas em duas colunas distintas.

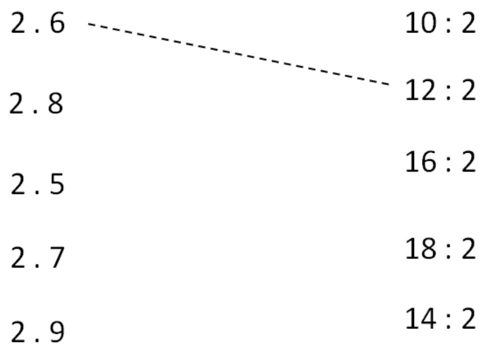

Ilustração 54: Tarefa 13 – Operação de multiplicação e divisão
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

O professor sugere que as crianças determinem o produto e, em seguida, relacionem com a operação inversa (Ilustração 55). O professor permite que as crianças optem em realizar a tarefa na reta numérica ou mentalmente (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

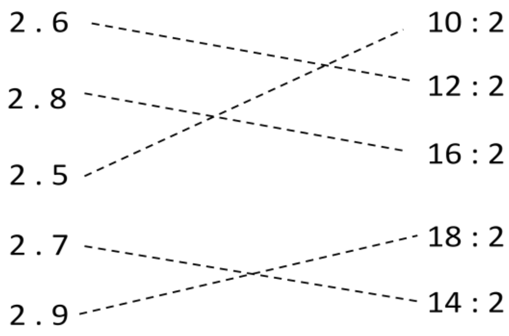

Ilustração 55: Tarefa 13 – Operação de multiplicação e divisão
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Na tarefa em análise a sugestão consiste em relacionar, mentalmente ou não, a multiplicação com a sua inversa. Conforme já mencionamos, a memorização somente é proposta no momento em que as tarefas estão em nível do concreto pensado. Ou seja, já pressupõe a apropriação do conceito em sua essência durante a realização das tarefas anteriores por meio das ações objetais. Pois a memorização tem relevância, quando é realizada com compreensão.

3.14 TAREFA

O professor apresentada (Ilustração 56) duas linhas quebradas na malha quadriculada. Uma delas está parcialmente oculta. O professor alerta que todas as quebras que compõem as linhas quebradas apresentam o mesmo comprimento (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

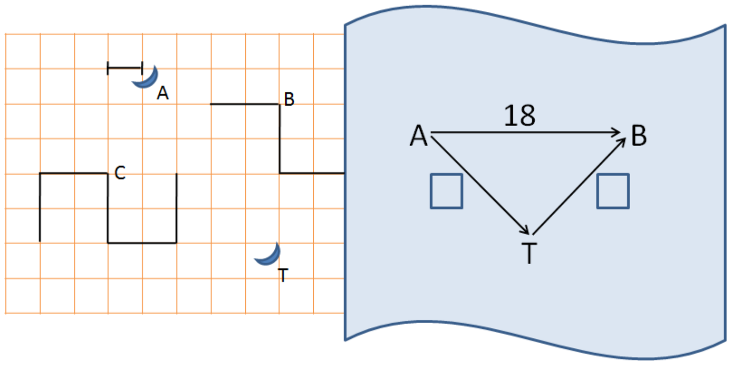

Ilustração 56: Tarefa 14 – Linhas quebradas e respectivo esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

As crianças são questionadas sobre qual das linhas apresentam mais partes e qual a diferença entre elas. Primeiramente, as crianças terão que definir a unidade de medida intermediária. Ao observarem a ilustração, os estudantes constatarão que a unidade de medida intermediária será aquela representada pelas unidades que compõe cada parte da linha, ou seja, *duas unidades* (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

A quantidade de medidas intermediárias que compõe a linha quebrada com comprimento com medida C, pode ser determinada pela contagem. No caso da linha quebrada de comprimento com medida B é preciso registrar no esquema qual a medida intermediária e, em seguida, verificar quantas vezes o número 2 cabe nas 18 unidades de medidas básicas, conforme ilustração 57 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

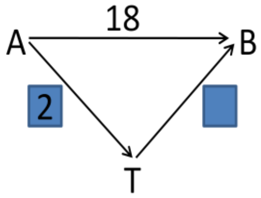

Ilustração 57: Tarefa 14 – Operação da divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A resposta pode ser determinada mentalmente ou por meio da reta numérica (Ilustração 58).

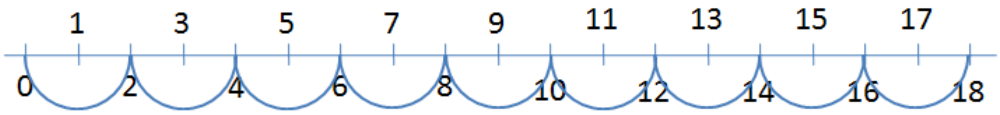

Ilustração 58: Tarefa 14 – Operação da divisão na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Definida a quantidade de medidas intermediárias nas duas linhas quebradas, constata-se que a linha quebrada de medida B é formada por *nove* (9) quebras ou segmentos e a linha quebrada de medida C, por *cinco* (5) quebras. Para finalizar as crianças subtraem o total de partes que compõe o comprimento de medida B, pelo total de partes que há no comprimento de medida C. O resultado consiste na diferença de *quatro* (4). Ou seja, o comprimento com medida B é maior em quatro unidades de medidas intermediárias (quatro quebras) que o comprimento com medida C.

Nessa tarefa Davydov e seus colaboradores apresentam um elemento novo, a determinação da diferença entre os comprimentos. Ou seja, para desenvolvê-la será necessário realizar a operação da subtração. Trata-se do processo de ampliação e complexificação do sistema de tarefas. Segundo Davydov (1982), suas proposições apresentam um elevado nível de exigência para o pensamento dos estudantes, mas que é perfeitamente possível de ser alcançado pelos mesmos.

3.15 TAREFA

Na presente tarefa, os estudantes terão que escolher as operações correspondentes aos esquemas representados pelo professor (Ilustração 59) (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

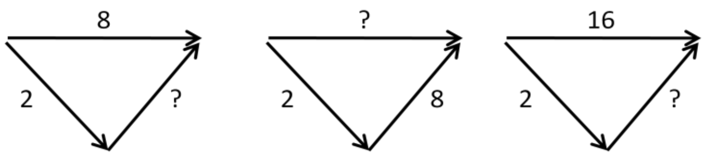

Ilustração 59: Tarefa 15 – operações de multiplicação e divisão no esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

No primeiro esquema (Ilustração 59), temos o total de unidades de medidas básicas que deverão ser agrupadas de duas (2) em duas (2) unidades. Quantos grupos serão formados? Qual a operação a ser realizada? Conclui-se que é a divisão, ou seja, 8 ÷ 2 = 4. No segundo esquema (Ilustração 59), trata-se da operação de multiplicação, pois apresenta a medida intermediária e a quantidade de vezes ela se repete no todo, no produto: *Dois* (2) que se repete por *oito* (8) vezes, ou seja, 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16. O terceiro esquema (Ilustração 59) apresenta o total de unidades de medidas básicas (produto) e a medida intermediária, o resultado será a quantidade de vezes que a medida intermediária se repete nas *dezesseis* (16) unidades de medidas básicas. A operação que deve ser realizada é a divisão e o resultado (quociente) será *oito* (8).

Nos três esquemas, os estudantes devem definir quais unidades de medidas representam os números no esquema, para determinarem a operação a ser realizada e seu respectivo resultado. Depois de completados os esquemas, o professor sugere que os estudantes confirmem os resultados por meio da reta numérica ou calculadora.

Nos esquemas, há uma relação entre números iguais que representam unidades de medidas diferentes. A tarefa tem como propósito possibilitar a seguinte síntese: que mesmo tratando-se de números iguais, ao serem dispostos em posições diferentes representam unidades distintas que interferem na determinação da operação a ser realizada.

Ou seja, podemos concluir, por meio da análise dos três esquemas que as unidades de medidas intermediárias são iguais (duas unidades). Mas o valor total das unidades de medidas básicas varia e gera resultados distintos. Enfim, a tarefa possibilita a análise das inter-relações das operações de multiplicação e de divisão objetivadas no esquema.

3.16 TAREFA

Há em uma malha quadriculada (Ilustração 60), duas linhas quebradas parcialmente ocultas e as respectivas medidas são apresentadas em dois esquemas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

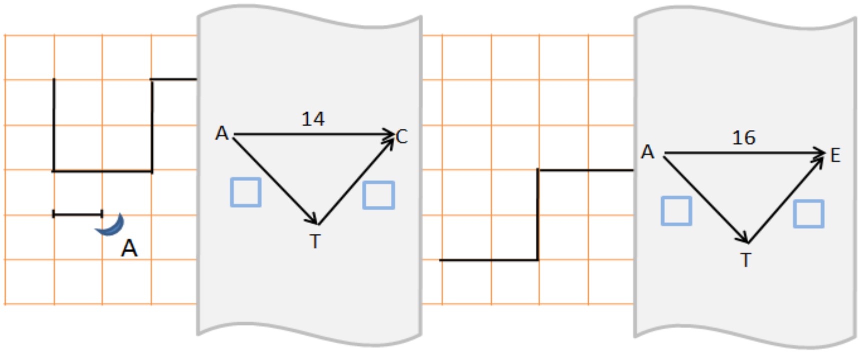

Ilustração 60: Tarefa 16 – Desenho e esquema
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A ilustração apresenta duas linhas quebradas parcialmente ocultas para os estudantes analisarem e determinarem: qual a unidade de medida intermediária? Ou seja, qual o valor da medida do comprimento dos segmentos (partes)? E qual a linha quebrada que apresenta mais partes?

Nas duas linhas quebradas, a unidade de medida intermediária será a mesma, ou seja, o número *dois* (2). Nos dois esquemas, há o registro do total de unidades de medidas básicas e o valor da unidade de medida intermediária, ou seja, em ambas será realizada a mesma operação, a divisão.

A primeira linha quebrada é composta por 14 unidades de medidas básicas e suas partes (quebras) medem *duas* (2) unidades de medidas básicas cada. Então, quantas vezes a unidade *dois* (2) cabe nas *quatorze* (14) unidades de medidas básicas? A resposta será *sete* (7) vezes. Ou seja, 14 ÷ 2 = 7.

Na segunda linha quebrada, há dezesseis (16) unidades de medidas básicas. Suas partes (quebras), que representam a unidade de medida intermediária, são compostas por duas unidades cada. A unidade de medida intermediária, *dois* (2), cabe *oito* (8) vezes nas *dezesseis* (16) unidades de medidas básicas, ou seja, 16 ÷ 2 = 8.

Para finalizar as crianças terão que subtrair os dois resultados para determinar a diferença entre as linhas quebradas.

Essa tarefa se diferencia da anterior (tarefa 14), porque não possibilita a contagem visual de nenhuma das linhas quebradas. Os estudantes terão que determinar a unidade de medida intermediária e quantas vezes ela se repete em cada linha quebrada. O problema envolve duas operações aritméticas, divisão e subtração (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

3.17 TAREFA

A presente tarefa é semelhante à tarefa 12. Porém agora se trata da tabuada da divisão por três. O professor propõe que os estudantes componham a tabuada por meio da reta numérica, conforme Ilustração 61 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

6 ÷ 3	**15 ÷ 3**	**24 ÷ 3**
9 ÷ 3	**18 ÷ 3**	**27 ÷ 3**
12 ÷ 3	**21 ÷ 3**	**30 ÷ 3**

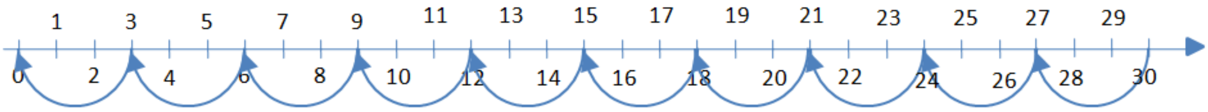

Ilustração 61: Tarefa 17 – Tabuada de *três* (3) na reta Numérica
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Na divisão de *seis* por *três*, por exemplo, temos que formar arcos de *três* unidades, a partir do número *seis* (6) até atingir o número *zero* (0). O quociente da operação será *dois*. Ou seja, 6 ÷ 3 = 2 (o número *dois* (2) representa a quantidade de arcos que foram formados a partir das *seis* unidades básicas).

Como se pode constatar a partir da análise da presente tarefa, diferentemente do ensino tradicional, em Davydov as tabuadas não são apresentadas prontas para os estudantes decorarem, mas são construídas por eles para posterior memorização.

3.18 TAREFA

O professor apresenta dois esquemas (Ilustração 62) e solicita que os estudantes determinem qual deles representa a tabuada de *dois* (2) e de *três* (3) (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009)

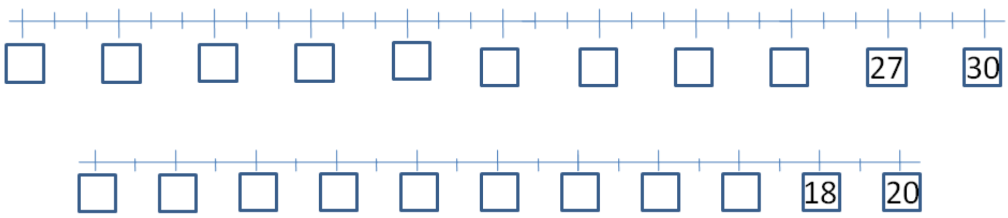

Ilustração 62: Tarefa 18 – esquema geométrico da tabuada de 2 e 3
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

A tarefa requer a análise da lógica subjacente da sequência de números expostos nos esquemas. Primeiro, faz-se necessário verificar quantas unidades há entre os números *vinte e sete* (27) e o número *trinta* (30), assim como, quantas unidades há entre *dezoito* (18) e *vinte* (20). Pois essa quantidade representa a unidade de medida intermediária que se repete em cada esquema.

A tarefa propõe que os estudantes analisem a tabuada não só aritmeticamente, mas também, geometricamente. Ou seja, a representação geométrica da tabuada, na reta numérica consiste na concretização teórica da mesma.

Para finalizar a tarefa, as crianças completam os valores desconhecidos dos esquemas (Ilustração 63), respectivamente com a tabuada de três (3) e dois (2).

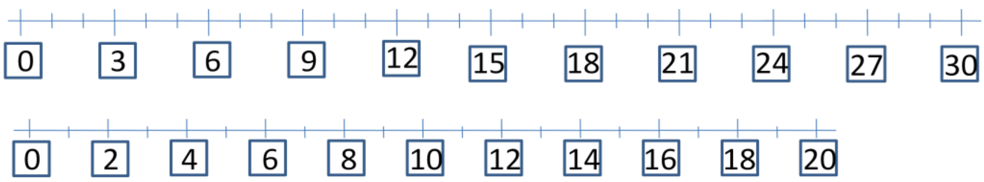

Ilustração 63: Tarefa 18 – Tabuada de 2 e 3
Fonte: Elaboração nossa, com base nas proposições davydovianas

Em seguida, respondem oralmente algumas perguntas do tipo: Quantas vezes a unidade *três* (3) cabem em *vinte e quatro* (24)? O professor segue com perguntas que possibilitem a reflexão e memorização das tabuadas de divisão por dois e três e sua relação inversa, com a operação de multiplicação (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Durante a análise apresentada no decorrer deste capítulo, sobre o sistema de tarefas davydovianas, verificamos que o processo de memorização é enfatizado nas últimas tarefas. Há um movimento que inicialmente ocorre por meio das ações objetais, e elevado ao plano mental por meio de representações abstratas tais como o esquema e a reta numérica.

De acordo com Davydov (1982) as ações de estudo relativas ao sistema de tarefas davydovianas, estimulam a criatividade e o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes. Uma característica fundamental desse sistema está relacionada ao caráter objetal. As significações conceituais são reveladas pelos estudantes durante a atividade objetal. Ou seja, durante as transformações realizadas com o objeto (as grandezas, os esquemas, a reta numérica, entre outros), nas quais se produzia uma unidade de medida e partir desta, compunha-se outras. Tal procedimento vai ao encontro do pressuposto filosófico de que, o homem ao transformar a natureza e a realidade, se transforma (DAVÍDOV, 1991).

Desse modo, de acordo com Davídov (1991), as ações dos estudantes são marcadas por um caráter ativo e criador, o que faz com que estes desenvolvam autonomia de pensar e agir. Para o autor em referência, a finalidade de suas proposições de ensino está relacionada com a transformação de um objeto. Tal transformação permite desvendar, por meio dos aspectos externos, o fundamento interno, ao qual possibilita a compreensão das propriedades externas do objeto de estudo (DAVÍDOV, 1991).

As tarefas até aqui apresentadas não são dadas em sua forma pronta, mas, faz-se necessário serem desenvolvidas. Davidov (1991) alerta que “sem a correspondente necessidade é impossível forçar os estudantes a realizar a atividade de estudo”. Ou seja, as tarefas promovem o desenvolvimento da necessidade de estudo e consequentemente, da capacidade para realizá-las.

O desenvolvimento da consciência e do pensamento teórico somente ocorre quando o desenvolvimento das tarefas é permeado pelo processo de análise e síntese. De acordo com Davidov (1991) “disso depende que as crianças desenvolvam as capacidades criativas, a atividade, a autonomia (...)” para a formação do pensamento dialético e da consciência plena.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No momento inicial de nossa pesquisa, elegemos alguns questionamentos que surgiram em nossa caminhada acadêmica e profissional, mais especificamente, sobre o processo atual de ensino aprendizagem, bem como, das dificuldades encontradas no que tange a apropriação dos conceitos.

Refletimos sobre as dificuldades que permeiam a educação atual e nos questionamos: o que fazer? Tais hesitações nos levaram a desenvolver a presente investigação apresentada no decorrer dessa monografia.

Se os resultados obtidos a partir do ensino tradicional deixam a desejar, conforme evidenciam as avaliações oficiais, faz-se necessário repensá-lo por meio da pesquisa, das reflexões sobre as concepções pedagógicas existentes. Que tipo de homem e sociedade queremos formar? Quais os conteúdos e métodos de ensino guiam a educação atual? E quais as possibilidades de superação destes?

A opção pela investigação sobre as proposições davydovianas para o ensino do conceito de divisão foi permeada pela possibilidade de encontrarmos possíveis respostas aos questionamentos anteriormente apresentados.

Queríamos realizar um trabalho cujo foco incidisse na apropriação do conceito em sua essência. O que requer uma abordagem significativa dos mesmos com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes.

Por meio da análise das proposições davydovianas, verificamos que nos livros didáticos brasileiros, há o predomínio do conhecimento empírico. As proposições brasileiras, aqui analisadas, vão ao encontro daquelas denominadas por Davídov (1991) de tradicionais. Estas contribuem apenas para a transmissão de conhecimento e habilidades que serão úteis somente para exercer alguma profissão. “Estes métodos cultivam no homem o pensamento reprodutivo, inerente ao executor de planos e da vontade de outras pessoas” (DAVÍDOV, 1991).

As proposições davydovianas para o ensino do conceito de divisão estão fortemente fundamentadas nas significações geométricas e suas relações com as significações aritméticas com gênese nas relações entre grandezas, o que envolve a noção de números real.

O estudo dos fundamentos da matemática concomitante com a análise das proposições davydovianas possibilitou-nos confirmar o que Davydov e seus colaboradores anunciam. Ou seja, tais proposições contemplam as significações científicas do conceito de divisão. O esquema abstrato, revelado durante o desenvolvimento das tarefas davydovianas para o ensino de divisão é objetivação das propriedades teóricas deste conceito.

Em contrapartida, evidenciamos um distanciamento entre as proposições brasileiras e davydovianas para ensino do conceito de divisão. Além disso, constatamos alguns equívocos conceituais inerentes aos “exercícios” apresentados nos livros didáticos brasileiros aqui analisados. Mais especificamente sobre o movimento inverso entre as operações de multiplicação e divisão.

O objetivo do ensino escolar, de acordo com Davydov (1982), é possibilitar às crianças a apropriação dos conceitos que não têm acesso fora da escola, ou seja, os conceitos científicos. Porém, tal objetivo não é contemplado nas proposições brasileiras, analisadas no decorrer deste, para o ensino de divisão. Ao contrário, a ênfase incide nos conceitos empíricos.

Os resultados e conclusões obtidos a partir da presente investigação nos despertam o desejo de continuidade pela busca por uma Educação Brasileira de novo tipo, qual seja, a teórica. Gostaríamos de salientar que nossa inserção na formação continuada, embora não seja objeto do presente estudo, mas diretamente relacionado, renovou nossas expectativas diante das possibilidades efetivas de concretização das proposições davydovianas em nosso contexto educacional.

Ansiamos pela continuidade da investigação aqui iniciada. Analisamos as primeiras manifestações do conceito de divisão nas proposições davydovianas para o segundo ano do Ensino Fundamental. Nossa meta, para investigação futura, é analisar como ocorre a sistematização do algoritmo da divisão em Davydov.

5 REFERÊNCIAS

BÉZOUT, E. M. **Elementos de arithmetica.** Coimbra: Livraria Portuguesa, 1849. Disponível em: http://almamater.uc.pt/wrapper.asp?t=Elementos+de+aritm%E9tica&d=http%3A%2F%2Fbdigital%2Esib%2Euc%2Ept%2Fbduc%2FBiblioteca%5FDigital%5FUCBG%2Fdigicult%2FUCBG%2D4A%2D16%2D12%2D10%2FglobalItems%2Ehtml
Acesso em: 25 ago. 2012.

BORDEAUX, A. L. et al. **Novo Bem me Quer**. Alfabetização Matemática 3º ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2011.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2002.

DANTE, L. R. **Ápis: Alfabetização Matemática 3º ano**. São Paulo: Ática, 2011.

DAVÍDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. **La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.** Moscú: Progreso, p. 143-155, 1987.

DAVÍDOV, V. V.; SLOBÓDCHIKOV, V. I. **La enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo; en La educación y la enseñanza:** una mirada al futuro. Progreso, Moscú, p. 118-144, 1991.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza.** 3ª ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982. 485p

EUZÉBIO, J. S. **Ensino do conceito de número: a proposta de ensino de davydov e as propostas tradicionais.** 2011. 66 f. TCC (Graduação em Pedagogia). UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE, CRICIÚMA.

GARCIA, J. Coleção Conhecer e Crescer. **Matemática 4º ano.** 3. Ed. São Paulo: Escala Educacional, 2011.

KOPNIN, P. V. LO ABSTRATO Y LO CONCRETO. In: ROSENTAL, M. M,; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico.** Tradução de Adolfo Sanchez Vazquez e Wenceslao Roces. México: Grijalbo. 1960.

KOSIK, K. **Dialética do Concreto.** Trad. Célia Neves e Alderico Toríbio. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

LACERDA, A. G. **A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Pará, Pará, 2010.

LUKÁCS, G. **História e consciência de classe** estudos de dialetica marxista. Porto: Publicações Escorpião, 1974. 378 p.

MADEIRA, S. **"Prática": uma leitura histórico-crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação.** Dissertação (Mestrado em Educação). UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE, CRICIÚMA, 2012.

NÜRNBERG, J. **Tabuada: significados e sentidos produzidos pelos professores das Séries Iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma SC, 2008.

ROSA, J. E. **O desenvolvimento de conceitos na proposta curricular de matemática do Estado de Santa Catarina e na abordagem Histórico-Cultural.** Dissertação (Mestrado e Educação: linha de pesquisa Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

______. **Proposições de Davydovy para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Paraná, 2012.

ROSENTAL, M. M. LAS CATEGORÍAS DE LA DIALÉCTICA MATERIALISTA. In: ROSENTAL, M. M.; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico.** Tradução de Adolfo Sanchez Vazquez e Wenceslao Roces. México: Grijalbo. 1960.

______. LO HISTÓRICO Y LO LÓGICO. In: ROSENTAL, M. M.; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico.** Tradução de Adolfo Sanchez Vazquez e Wenceslao Roces. México: Grijalbo. 1960.

SANTA CATARINA. Secretaria de Estado da Educação Ciência e Tecnologia. **Proposta Curricular de Santa Catarina: estudos temáticos**. Florianópolis: IOESC, 2005.

SAOSEROV, M. I. EL FENÓMENO Y LA ESENCÍA. In: ROSENTAL, M. M,; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico.** Tradução de Adolfo Sanchez Vazquez e Wenceslao Roces. México: Grijalbo. 1960.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. . **Обучение математике. 2 класс: Пособие для учителей начальной школы** (Система Д.Б.Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2009. **[Ensino de Matemática. 2 ano: livro do professor do ensino fundamental** (sistema do D.B.Elkonin – V.V. Davidov)/ S.F.Gorbov, G.G.Mikulina, O.V.Savieliev – 3-a edição, - Moscou, VITA-PRESS, 2009.

ГОРБОВ, С. Ф.; МИКУЛИНА, Г. Г. **Рабочая тетрадь по математике. 2 класс** . 2-е. Mockba: ВИТА Пресс, 2011. [Gorb, S. F.; Mikulin, GG **livro de Matemática. Grau 2.** 2. Mockba: VITA Press, 2011.]

ДАВЫДОВ. В. В., ГОРБОВ С. МИКУЛИНА.Ф,Г. Г., САВЕЛЬЕВА.,О. В. **Математика: Учебник для 2 класса начальной школы.** В 2-х. Книга 2. - 11-е изд - М.: ВИТА-ПРЕСС, 2012. - 96 с.: ИЛ [DAVIDOV. SF, GORB. H, MIKULIN. Sr, SAVELIEV. OV, **Matemática: Livro de Leitura para Grau 2 da escola primária.** Livro 2, volume 2 - 11 ª edição - M.: VITA-PRESS, 2012. p. 96, IL]